

Determinación de la resistencia a flexión de secciones de hormigón reforzado con fibras. Formulación simplificada y seguridad estructural

Flexural Strength Assessment of Fiber-Reinforced Concrete Sections: Simplified Formulation and Structural Reliability

Jacinto R. Carmona ^{1*, a}, Juan Rey-Rey^b, Gonzalo Ruiz^c

^a Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Mecanismo Ingeniería. Director Técnico. Univ. Politécnica de Madrid. Prof. Asociado.

^b Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Mecanismo Ingeniería. Director. Univ. de A Coruña. Prof. Asociado.

^c Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Univ. De Castilla – La Mancha. Catedrático de Universidad.

RESUMEN

A partir del marco teórico que ofrece el método de la fisura planta se propone una expresión para determinar la capacidad a flexión de secciones de hormigón con fibras. Esta expresión depende de las resistencias residuales. La expresión recoge el efecto de escala y con ella de forma sencilla se puede evaluar el momento resistente. El trabajo se completa realizando una evaluación de la fiabilidad de la formulación, en base a los coeficientes de variación para las resistencias residuales expuestos en la bibliografía. Con ello, se propone una formulación de carácter práctico.

ABSTRACT

Based on the theoretical framework offered by the plan crack method, an expression is proposed to determine the flexural strength of fiber reinforced concrete sections. This expression depends on the residual FRP strengths. The expression reflects size effect and can be used to easily evaluate the resistant ultimate bending moment. The work is completed by carrying out an evaluation of the reliability of the formulation, based on the coefficients of variation for the residual strengths presented in the literature. Thus, a practical formulation for structural design is proposed.

PALABRAS CLAVE: hormigón reforzado con fibras; efecto tamaño; número de fragilidad; flexión en FRC

KEYWORDS: Fiber reinforced concrete; size effect; Brittleness number, FRC Flexural strength

1. Introducción

El hormigón reforzado con fibras (FRC, por sus siglas en inglés) es un material compuesto que

consiste en una matriz cementicia y fibras discretas. La matriz puede estar compuesta por

hormigón o mortero. Las fibras, que pueden ser de acero, polímeros, carbono, vidrio o materiales naturales, contribuyen a la resistencia residual posterior a la fisuración [1, 2]. En consecuencia, el FRC se clasifica como un material cuasi-frágil, caracterizado por la presencia de una zona de proceso de fractura (FPZ, por sus siglas en inglés) en el frente de la fisura. El interés por el FRC como material estructural ha aumentado de forma constante en los últimos años, especialmente tras la publicación de códigos de diseño y recomendaciones en Europa [3-7]. Este creciente interés resalta la necesidad de herramientas de cálculo que permitan a los ingenieros estructurales la aplicación del FRC en el diseño estructural [8].

La presencia de la FPZ en el frente de la fisura, cuya extensión depende principalmente de la microestructura del material, ha sido aceptada como la principal causa del comportamiento transicional entre tamaños pequeños y grandes en materiales cuasi-frágiles, efecto de escala o tamaño [9, 10]. En FRC el tamaño de la FPZ no es despreciable frente al del elemento estructural, por ello, la resistencia a flexión en el hormigón con fibras no coincide con la teórica resistencia a la tracción y tiene una fuerte dependencia del tamaño, sensiblemente mayor que en el hormigón convencional [11].

El comportamiento del FRC en fractura, y en consecuencia el efecto de la presencia de la FPZ, se modela mediante una función de ablandamiento, modelo cohesivo. Su implementación sigue, o (i) un modelo de fisura ficticia como el propuesto en la referencia [11], que utiliza una ley tensión-apertura de fisura (σ - w) para representar el ablandamiento, o (ii) modelos de continuo basados en curvas tensión-deformación (σ - ϵ). Estas formulaciones de continuo utilizan parámetros de longitud para relacionar medios discretos y continuos. Con esa idea, en los códigos actuales y bibliografía, podemos encontrar formulaciones donde se define una longitud característica estructural (l_{cs})

como un parámetro para convertir curvas tensión-apertura de fisura, que representan el comportamiento del FRC, en curvas tensión-deformación [6, 7, 12]. El parámetro l_{cs} depende las propiedades del material y tamaño de la sección [3] y transmite la idea de que el FRC es un material continuo, cuando en realidad la principal consecuencia del comportamiento post-fisuración del hormigón es la localización de la fisura, lo que introduce discontinuidades en el material.

Para evitar el uso de estos parámetros de longitud, los autores desarrollaron una solución analítica para evaluar la resistencia a flexión en FRC basada en conceptos de la Mecánica de Fractura [14]. Modelamos la tensión en el FRC fisurado mediante una ley de ablandamiento (σ - w) lineal, similar a la incluida en el Model Code 2010 [7]. El método emplea una ecuación de compatibilidad basada en la hipótesis de fisura plana, es decir, bajo el supuesto de que las superficies de la fisura permanecen planas durante todo el proceso de fractura, lo cual ha sido probado recientemente mediante correlación de imágenes digitales [15]. El comportamiento a compresión del FRC se modela mediante una ley lineal elástica (σ - ϵ) en conjunto con la hipótesis de Navier, aplicada únicamente al ligamento. La apertura de la fisura se evalúa a partir del momento aplicado y la profundidad de la fisura, obteniendo un perfil de tensiones en la sección en cada paso de fisura [16–19], utilizando una expresión propuesta por [20]. En el presente artículo se obtiene, a partir del modelo descrito, una expresión para evaluar la resistencia a flexión de secciones diseñadas en FRC. Se analiza la introducción de la seguridad en los parámetros de su formulación para ajustarla a los requerimientos de fiabilidad que se incluyen en los códigos, de forma que puede ser utilizada en el diseño estructural.

El presente artículo se estructura de la siguiente forma: en el apartado 2 se presentan las hipótesis fundamentales del modelo de base; tras ello, en el apartado 3 se presenta la formulación simplificada

indicada anteriormente. En el apartado 4 se analiza la introducción de la seguridad en la formulación. Por último, en el apartado 5 se incluyen las conclusiones del trabajo.

2. Hipótesis fundamentales

En el modelo que realizamos, el comportamiento de una sección rectangular diseñada con FRC a flexión se divide en dos hipótesis, dependiendo de si se ha alcanzado o no la resistencia a tracción del hormigón en la cara traccionada. Se considera una hipótesis de comportamiento para la zona no fisurada y otra para la zona fisurada [17].

2.1 Zona no fisurada

En la zona no fisurada, el comportamiento del hormigón se considera elástico, representado por su módulo de elasticidad. La hipótesis de Navier, es decir, que las secciones planas permanecen planas después de la deformación, se utiliza como ecuación de compatibilidad en la zona no fisurada, como se muestra en la Figura 1. Se adopta una distribución lineal de tensiones, donde las tensiones de tracción y compresión son proporcionales a las deformaciones correspondientes.

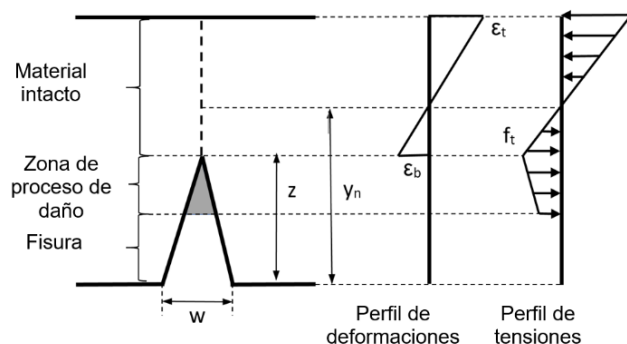


Figura 1. Hipótesis fundamentales. La zona fisurada se modela de acuerdo con la hipótesis de fisura plana, mientras que la zona no fisurada se modela según la hipótesis de Navier. Se muestran el perfil de aperturas de fisura, el de deformaciones y el de tensiones.

2.1 Zona fisurada

Basado en el modelo cohesivo, se define una ley tensión-apertura de fisura (σ - w) en tracción

uniaxial como ley constitutiva para representar el comportamiento post-fisuración del FRC. En concreto esta ley considera de forma simplificada como lineal, con una resistencia no nula en su abscisa mayor. Una ley lineal similar está incluida por ejemplo en el Model Code 2010 [7] o de forma indirecta en el nuevo Eurocódigo 2 [6], para representar el comportamiento tras alcanzarse la resistencia a tracción de la matriz. En todo caso el modelo de base podría formularse con cualquier otra ley de ablandamiento. La relación σ - w utilizada en el modelo que sirve de base al presente trabajo se muestra en la Figura 2.

La existencia de este ablandamiento, post-fisuración, representado por una línea continua en la Figura 2, implica que se produce una localización del daño, es decir que aparece una fisura en la sección de FRC. En caso existir endurecimiento post-fisuración, línea discontinua en la Figura 2, debería utilizarse la teoría de la plasticidad, ya que no ocurrirá localización de daño (aparición de fisura) en este caso. El modelo base solo es válido en la hipótesis de ablandamiento y no endurecimiento.

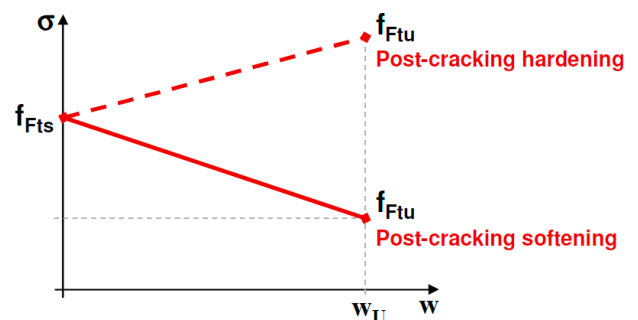


Figura 2. Ley constitutiva simplificada post-fisuración: tensión-apertura de fisura con ablandamiento lineal.

En la Figura 2, f_{Fts} representa la resistencia residual en estado de servicio, definida como la resistencia post-fisuración para aperturas de fisura en estado de servicio, y f_{Ftu} representa la resistencia residual última. f_{Fts} y f_{Ftu} se calculan a partir de los valores residuales $f_{R,1}$ y $f_{R,3}$ de la resistencia a flexión medidos en ensayos de flexión en viga de tres puntos, para aperturas de fisura de 0,5 y 2,5 mm

[7]. La relación entre las resistencias residuales $f_{R,1}$ y $f_{R,3}$ y las que constituyen el modelo, f_{Fts} y f_{Ftu} , se especifican en diferentes formulaciones analíticas incluidas en códigos y bibliografía, por ejemplo, en las referencias [6, 7]. Se sigue esta nomenclatura ya que es la usualmente empleada en las normativas de uso en Europa. El área bajo la función de ablandamiento se representa como $A_{F,FRC}$. Esta área corresponde a la energía teórica necesaria para abrir una unidad de área de superficie de fisura, considerando un ablandamiento lineal.

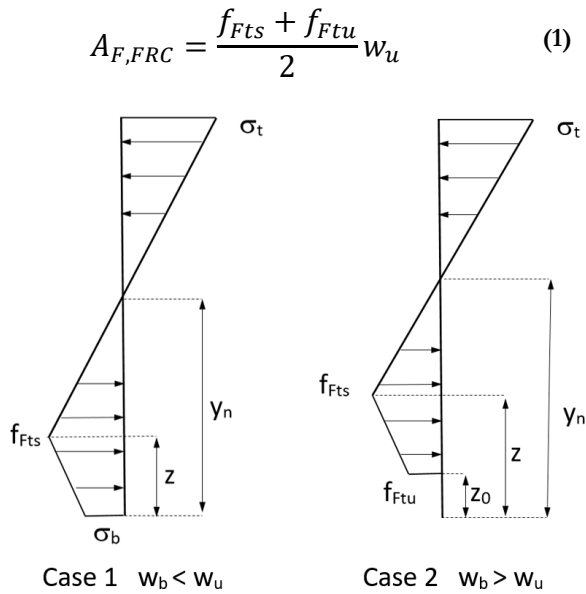


Figura 3. Perfiles tensionales según la relación entre la apertura de fisura en la parte inferior y la apertura de fisura ultima, w_u , de la ley constitutiva.

La hipótesis de fisura plana se utiliza como ecuación de compatibilidad en la zona no fisurada. Esta hipótesis fue probada experimentalmente por [14]. Los resultados de su estudio muestran que la propagación de la fisura en el FRC ocurre predominantemente inmediatamente de forma posterior al límite de proporcionalidad (LOP, por sus siglas en inglés) en la curva carga desplazamiento de un ensayo a flexión en tres puntos. El comportamiento en la respuesta de carga inmediatamente después del LOP está significativamente influenciado por la presencia de fibras. El perfil de la fisura permanece considerablemente plano después del LOP,

incluso cuando la profundidad de la fisura se acerca a la altura de la viga (formación de una rótula localizada en la zona comprimida). Basándose en la hipótesis de fisura plana y en la aplicación de una ley de ablandamiento lineal, se obtiene un perfil de tensiones lineal durante los procesos de fisuración en el ligamento cohesivo, como se muestra en la Figura 3. En el presente trabajo nos referiremos siempre a secciones rectangulares de canto h y ancho b , sin armadura longitudinal. En la figura 3, z representa la profundidad de la fisura, e y_n la posición de la fibra neutra. La tensión en la parte inferior de la sección se denomina σ_b , y la tensión en la parte superior se denomina σ_t . z_0 es la profundidad de fisura para la que se alcanza la apertura ultima w_u , véase la Figura 2.

Por lo tanto, la propagación de la fisura se divide en dos casos diferentes dependiendo del valor de la apertura de la fisura en el inicio de esta. La sección de FRC está en el caso 1 cuando la apertura de la boca de la fisura es menor que la apertura última de fisura ($w_b < w_u$), y está en el caso 2 cuando la apertura de la boca de la fisura es mayor que la apertura última de fisura ($w_b > w_u$), como se muestra en la Figura 3.

3. Resultados del modelo y formulación simplificada

En la referencia [17] se demuestra que la carga máxima durante el proceso de fisuración de la sección ocurre dentro del caso 1, véase la Figura 4. Esta resistencia, si se estudia con variables adimensionalizadas, únicamente depende de una variable que denominamos número de fragilidad de la sección, el cual se define como:

$$\beta_{H,FRC} = \frac{h}{l_{ch,FRC}} = \frac{2h(f_{Fts} - f_{Ftu})}{E_c w_u} \quad (2)$$

Donde h es el canto de la sección y E_c es el módulo de elasticidad de la matriz. Este número

de fragilidad tiene la misma forma que el número de fragilidad de Hillerborg [11], pero está particularizado para el caso de un ablandamiento lineal con una tensión residual, como se muestra en la Figura 2. Este número de fragilidad representa la relación de tamaño entre la altura de la sección y la longitud característica del material, que se considera una propiedad del material. La resistencia a flexión o módulo de ruptura de una sección rectangular de FRC de altura h y ancho b se define como:

$$f_R = \frac{6M_{max}}{bh^2} = 6M_{max}^* f_{Fts} \quad (3)$$

Donde M_{max}^* es el momento flector que resiste la sección, expresado en una forma adimensional:

$$M^* = \frac{M_{max}}{bh^2 f_{Fts}} \quad (4)$$

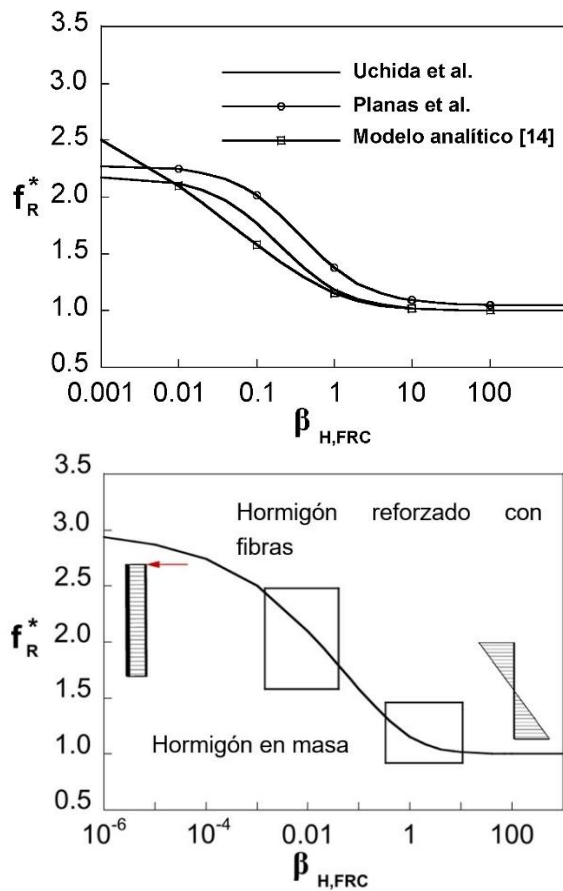


Figura 4. (a) Dependencia de la resistencia a flexión respecto al número de fragilidad, $\beta_{H,FRC}$, comparación con modelos propuestos en la bibliografía. (b) Comportamientos asintóticos del efecto de tamaño.

Donde, f_{Fts} es la ya citada resistencia residual en estado de servicio, b es el ancho de la sección, y h es la altura de la sección. Esta relación adimensional permite evaluar el comportamiento de la sección independientemente de las dimensiones específicas.

En la Figura 4a, el eje x representa el número de fragilidad, $\beta_{H,FRC}$, y el eje y representa la resistencia a flexión adimensional, f_R^* , definida como la relación entre la resistencia a flexión, f_R , y la resistencia residual en estado de servicio, f_{Fts} . Los resultados obtenidos con el modelo se trazan junto con las expresiones de resistencia a flexión evaluadas por Uchida et al. y Planas et al. [9]. Estas expresiones fueron obtenidas siguiendo un enfoque computacional clásico basado en una ley constitutiva cohesiva [8]. Los resultados del modelo siguen la misma tendencia que los resultados computacionales y muestran la dependencia de la resistencia a flexión con respecto al número de fragilidad, que representa el tamaño intrínseco de la sección.

En la Figura 4b se muestra el comportamiento asintótico dado por el modelo. La respuesta del modelo satisface las condiciones asintóticas: f_R^* tiende a 3 para $\beta_{H,FRC} \rightarrow 0$ (solución límite plástica) y f_R^* tiende a 1 para $\beta_{H,FRC} \rightarrow \infty$ (solución elástica lineal). Además, el gráfico representa los rangos habituales del número de fragilidad para FRC y hormigón simple. Para elementos de FRC, la resistencia a flexión puede ser entre un 150% y un 200% mayor que la resistencia residual inicial (f_{Fts} en FRC), mientras que para el hormigón simple este rango es aproximadamente del 10% al 25%.

Tengase en cuenta que, para los valores más bajos de $\beta_{H,FRC}$, el enfoque mediante modelos cohesivos implementados en elementos finitos, muestra un comportamiento asintótico que no satisface la solución límite plástica, $f_R^* \approx 3$, como se observa en la Figura 4a. La existencia de una zona comprimida no despreciable en la parte superior

de la sección frena el crecimiento de la fisura, y por lo tanto, la solución límite plástica no puede alcanzarse. Por lo tanto, para fines de ingeniería estructural, puede ser conveniente limitar el valor de f_R^* a 2.5.

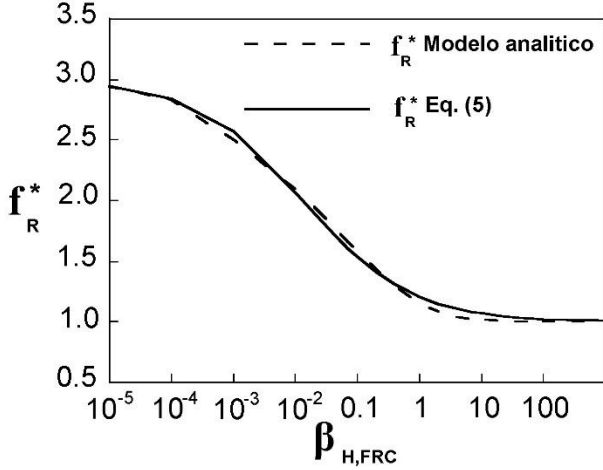


Figura 5. Comparación de resultados del modelo de fisura plana analítico para la resistencia a flexión adimensional, f_R^* , con los resultados de la Ecuación (5).

Considerando la forma de la ecuación propuesta por [21], la resistencia a flexión adimensional, f_R^* , puede expresarse, ajustándose a los resultados mostrados en la Figura 5, como:

$$f_R^* = 1 + \frac{1}{0.5 + 4.3\sqrt{\beta_{H,FRC}}} \quad (5)$$

Esta ecuación satisface las condiciones asintóticas indicadas anteriormente. Combinando las Ecuaciones (4) y (5) podemos definir el momento máximo que resiste una sección:

$$M_{max}^* = \frac{1}{6} + \frac{1}{3 + 25.8\sqrt{\beta_{H,FRC}}} \quad (6)$$

Así pues, con propósito de diseño estructural en momento que resiste una sección de hormigón reforzado con fibras se define como:

$$M_{max} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3 + 25.8\sqrt{\beta_{H,FRC}}} \right) bh^2 f_{Fts} \quad (7)$$

La Figura 5 muestra los resultados proporcionados por la Ecuación (5) junto con los resultados obtenidos mediante el modelo analítico.

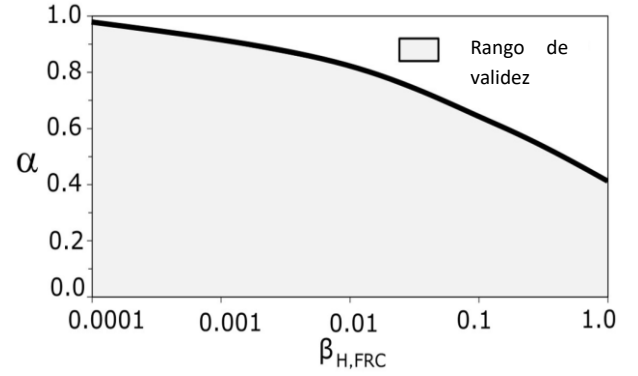


Figura 6. Rango de validez de la expresión propuesta.

Los resultados proporcionados por las Ecuaciones (5) y (7) son válidos únicamente cuando la carga máxima es un máximo absoluto, derivable a ambos lados, en el intervalo de crecimiento de la fisura [14]. Basándose en esta condición, la Figura 6 muestra gráficamente los rangos de valores de $\beta_{H,FRC}$ y α en los que las ecuaciones son aplicables. Donde α se define como la relación entre f_{Ftu} y f_{Fts} .

Esta representación gráfica es fundamental para identificar las condiciones límite en las que el modelo inicial y ecuaciones derivadas pueden utilizarse con precisión, asegurando que los resultados se mantengan dentro del rango de validez establecido por las hipótesis y suposiciones del modelo. En todo caso, se indica que el rango de validez cubre la mayoría de los casos prácticos.

La formulación simplificada presentada y la general del modelo analítico, que sirve de base, se establecen según una serie de variables básicas que definen tanto la ley de ablandamiento lineal, como las características geométricas de la sección y el módulo de elasticidad del material matriz. En el

siguiente apartado se analiza la influencia de las incertidumbres asociadas a estas variables y en particular la asociada a las resistencias residuales, de cara a valorar la fiabilidad de los resultados y así, poder establecer unas condiciones de utilización práctica de la formulación presentada.

4. Introducción de la seguridad en la formulación

A efectos de aplicación práctica de la formulación propuesta, el factor principal que determina su uso es la incertidumbre existente en las resistencias residuales, que sirven de base para establecer la función de ablandamiento. Por ello se hace necesario comprobar la fiabilidad que presenta la formulación en función de la incertidumbre de esta variable.

Para analizar este problema se va a realizar una calibración de un coeficiente de minoración denominado γ_{FRC} , tal y como se muestra en la Ecuación (8). Este coeficiente es adicional a los coeficientes de minoración de las resistencias que fijan tanto el Código Modelo como el próximo anejo L del Eurocódigo 2 [6, 7], y que es igual a 1,5. Se fija como índice de fiabilidad mínimo un valor de 4,3 en ELU, acorde con las normativas actuales. La expresión general de la resistencia quedaría de la siguiente forma:

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{FRC}} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3 + 25.8 \sqrt{\beta_{H,FRC,d}}} \right) b h^2 f_{Fts,d} \quad (8)$$

En la calibración se incluyen, aparte de la resistencia (R), las contribuciones relativas del peso propio (G), otras cargas permanentes (P) y las cargas variables (sobrecargas) o impuestas (Q). Solo se considera una sobrecarga, caso común en edificación, donde la sobrecarga viene definida por el uso. La ecuación genérica de diseño es:

$$\phi z r_k = (1 - a_q) (\gamma_g g_k + \gamma_p p_k) + a_q \gamma_q q_k \quad (9)$$

A partir de esta ecuación se determina la variable de diseño, z , como un multiplicador de la resistencia característica, r_k utilizando las cargas características aplicadas (g_k , p_k y q_k) y el conjunto de coeficientes parciales bajo evaluación (ϕ para la resistencia y γ_g , γ_p y γ_q para las cargas). a_q es un parámetro de combinación de cargas para cubrir las diferentes relaciones entre cargas muertas y sobrecargas, así pues, cuando a_q es igual a 1 significa que no existen cargas permanentes y cuando es 0 que no existe sobrecarga. El análisis se realiza con variables normalizadas.

La función de estado límite, a partir de la cual se evalúa el índice de fiabilidad del diseño genérico, se define como:

$$g(z) = \omega_R z R - \omega_S [(1 - a_q)(G + P) + a_q Q] \quad (10)$$

donde ω_S y ω_R son las funciones de incertidumbre de los modelos para la resistencia y carga respectivamente, y las variables aleatorias R , G , P , y Q corresponden a sus valores característicos en la ecuación de diseño. Este enfoque se ha utilizado recientemente en la calibración de la segunda generación de los Eurocódigos [22].

Los errores del modelo definen nuestro conocimiento sobre el modelo de resistencia y la precisión del análisis estructural. Para la calibración se adoptan los valores indicados en las referencias [22] y [23]. Para la resistencia se adopta un coeficiente de variación del 25% en base a la bibliografía existente [24, 25] debido a la incertidumbre de las resistencias residuales. Este coeficiente es netamente superior al que se suele utilizar en las comprobaciones a flexión de vigas armadas, que está en un 5-10% o para las comprobaciones a cortante, 10-15%. Como

coeficientes de minoración de las resistencias residuales se toma el valor 1,5 y como valores de mayoración de acciones se adopta 1,35 para cargas permanentes y 1,5 para sobrecargas. En la siguiente tabla se muestran las funciones adoptadas, en la calibración:

Tabla 1. Funciones adoptadas.

Variable	Funcion	media	desviacion
wr	Normal	1	0,05
ws	LogN	1	0,05
R	LogN	1	0,25
G	Normal	1	0,05
P	Normal	1	0,1
Q (cat. A1)	Gumbel	0,5	0,55
Q (cat. C5)	Gumbel	0,95	0,15

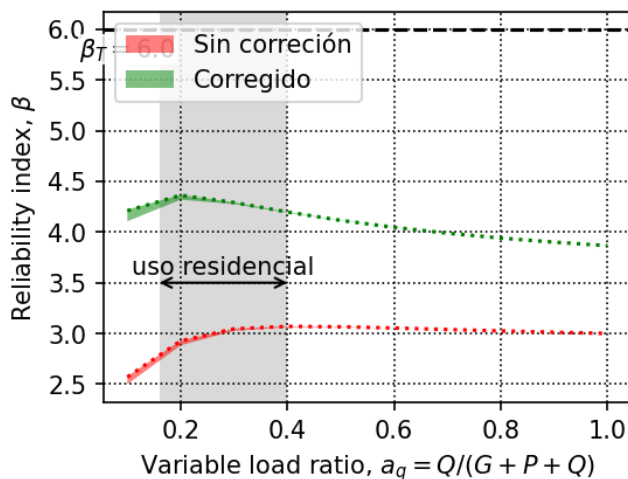


Figura 7. Relación entre el índice de fiabilidad y la carga aplicada para una sobrecarga tipo A1 (residencial).

Teniendo en cuenta los datos indicados anteriormente, se resuelve la calibración a partir de la librería de Python denominada PYSTRA (Python Structural Reliability Analysis). En la Figura 7 mostramos el resultado para la primera calibración llevada a cabo. En abscisas se muestra la relación entre la sobrecarga y la carga total y en ordenadas el índice de fiabilidad obtenido para cada combinación de carga. En esta primera calibración, se toma la función de sobrecarga correspondiente a un uso residencial (categoría A1). Se realizan dos cálculos uno tomando el coeficiente γ_{FRC} igual a 1 (sin corrección) y el segundo con γ_{FRC} igual a 1,6 (corregido). Con un sombreado se muestra el área de aplicación

práctica de las relaciones entre sobrecarga y carga total.

Se puede apreciar claramente como si no se introduce el coeficiente reductor de 1,6 (curva sin corrección) los resultados presentan valores del índice de fiabilidad inadmisibles. El coeficiente de 1,6 se ha calibrado de tal forma que los resultados se mantengan en el orden de un índice de fiabilidad de 4,3. Para un cierto valor de a_q se aprecia que existe una banda de resultados, esto se debe a que en la calibración también se establecen diferentes combinaciones entre las variables G y P, para las cuales se ha considerado una desviación diferente, véase la tabla 1. Se ha realizado un segundo calculo considerando un uso público en una zona de aglomeración, como caso complementario al anterior. En este caso, se parte de la formulación corregida con el coeficiente de 1,6 y se realiza un nuevo cálculo con un coeficiente de 1,8.

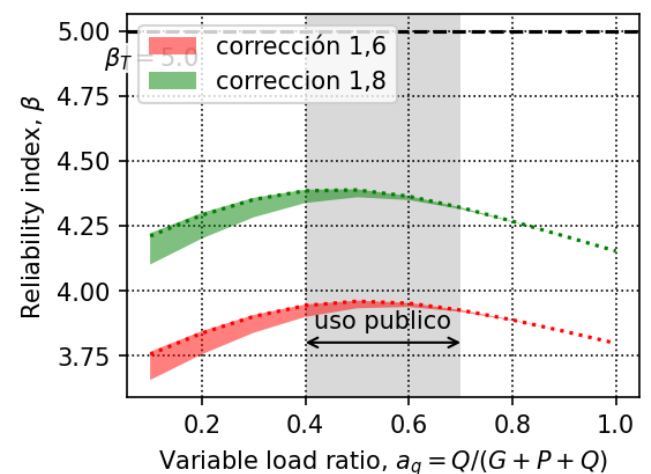


Figura 8. Relación entre el índice de fiabilidad y la carga aplicada para una sobrecarga tipo C5 (uso público).

En este caso, mostrado en la Figura 8, se aprecia como utilizando un coeficiente de minoración de 1,6 se obtienen valores del índice de fiabilidad no aceptables para diseño. Por ello se propone un coeficiente γ_{FRC} igual a 1,8. Así pues la expresión para determinar la resistencia a flexión podemos definir la de la siguiente forma, cuando la carga es de uso residencia u oficinas (categorías A y B):

$$M_{Rd} = \frac{1}{1.6} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3 + 25.8 \sqrt{\beta_{H,FRC,d}}} \right) b h^2 f_{Fts,d} \quad (11)$$

Y para uso público (categoría C), como:

$$M_{Rd} = \frac{1}{1.8} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3 + 25.8 \sqrt{\beta_{H,FRC,d}}} \right) b h^2 f_{Fts,d} \quad (12)$$

Para el cálculo del número de fragilidad, $\beta_{H,FRC}$, es necesario definir el valor de cálculo de las resistencias que definen la función de ablandamiento $f_{Ftu,d}$ y $f_{Fts,d}$, valores que deben obtenerse a partir de las resistencias residuales, según se indique en el código correspondiente, y posteriormente minorarlas. Para el módulo de elasticidad, se toma el valor medio especificado en el código correspondiente. El valor del coeficiente γ_{FRC} , se podrá corregir si, con resultados de los ensayos de caracterización, se obtuvieran coeficientes de variación menores al 25% o cuando los métodos de ejecución del hormigón con fibras nos ofrezcan resultados con menor dispersión que los actuales. En todo caso y en vista de los resultados actuales se considera adecuado, según bibliografía, mantener el margen indicado en el presente trabajo para el diseño.

5. Conclusiones

El presente trabajo propone una formulación simplificada para evaluar la resistencia a flexión de secciones de hormigón con fibras. La fórmula se obtiene a partir de los resultados de un modelo analítico, que está formulado en base a la hipótesis de fisura plana y aplicando conceptos basados en Mecánica de la fractura aplicada a materiales cuasi-frágiles.

El modelo analítico que sirve de base a la propuesta demostraba que la resistencia a flexión de una sección reforzada con fibras, para un ablandamiento lineal depende únicamente de un parámetro denominado número de fragilidad, $\beta_{H,FRC}$ y de la resistencia en

servicio, f_{Fts} (punto inicial de la curva de ablandamiento). A partir de estos parámetros se establece una expresión que reproduce los resultados analíticos

Se realiza una calibración de los resultados de la formulación, teniendo en cuenta la dispersión experimental que presentan las tensiones residuales, con el fin asegurar que los resultados obtenidos con la formula ofrecen índices de fiabilidad aceptables para el diseño estructural. La formulación presentada y su fundamento teórico contribuyen a una mejor comprensión de la naturaleza del comportamiento en flexión de las secciones de hormigón reforzadas con fibras, proporcionando un enfoque físico al fallo y efecto de escala.

Referencias

- [1] Di Prisco, M.; Plizzari, G.; Vandewalle, L. Fibre reinforced concrete: New design perspectives. *Mater. Struct.* 2009, 42, 1261–1281.
- [2] Azevedo, A.R.; Marvila, M.T.; Zanelato, E.B.; Alexandre, J.; Xavier, G.C.; Cecchin, D. Development of mortar for laying and coating with pineapple fibers. *Rev. Bras. Eng. Agrícola Ambient.* 2020, 24, 187–193.
- [3] Di Prisco, M.; Colombo, M.; Dozio, D. Fibre-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation. *Struct. Concr.* 2013, 14, 342–361.
- [4] DBV. Merkblatt Stahlfaserbeton Deutsche Beton Vereins; DBV: Berlin, Germany, 2001.
- [5] Vandewalle, L. et al. RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete— σ - ϵ design method: Final Recommendation. *Mater. Struct.* 2003, 36, 262, 560–567.
- [6] De la Fuente, A., Moserrat-López, A., Tošić, N., and Serna, P. Design of Steel Fibre Reinforced Concrete Structures According to the Annex L of the Eurocode-2 (2023), *Hormigón y Acero* 74 (2023) 169-186.

- [7] Fib Model Code for Concrete Structures 2010; Wiley: New York, NY, USA, 2013; ISBN 978-3-43303-061-5.
- [8] Facconi, L.; Amin, A.; Minelli, F.; Plizzari, G. A unified approach for determining the strength of FRC members subjected to torsion—Part I: Experimental investigation. *Struct. Concr.* (2021), 22, 3763–3779.
- [9] Bažant, Z.P.; Planas, J. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 1998.
- [10] Bažant, Z.P. Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. *J. Eng. Mech.* (1984), 110, 518–535.
- [11] Hillerborg, A.; Modéer, M.; Petersson, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cem. Concr. Res.* (1976), 6, 773–781.
- [12] Blanco, A.; Pujadas, P.; De la Fuente, A.; Calavaro, S.; Aguado, A. Application of constitutive models in European codes to RC–FRC. *Constr. Build. Mater.* (2013), 40, 246–259.
- [13] Bažant, Z.P.; Pijauder-Cabot, G. Measurement of characteristic length of non-local continuum. *J. Eng. Mech. ASCE* (1989), 115
- [14] Carmona, J.R.; Cortés-Buitrago, R.; Rey-Rey, J.; Ruiz, G. Planar Crack Approach to Evaluate the Flexural Strength of Fiber-Reinforced Concrete Sections. *Materials* (2022), 15, 5821
- [15] Gali, S.; Subramaniam, K.V.L. Multi-linear stress-crack separation relationship for steel fiber reinforced concrete: Analytical framework and experimental evaluation. *Theor. Appl. Fract. Mech.* (2018), 93, 33–43.
- [16] Carmona, J.R.; Ruiz, G. Bond and size effects on the shear capacity of RC beams without stirrups. *Eng. Struct.* (2014), 66, 45–56.
- [17] Carmona, J.R.; Ruiz, G. Modelo analítico para el análisis de la flexión y la fisuración en secciones de hormigón armado como alternativa al diagrama de pivotes. *Hormigón Acero*, 68 (2017) 147–154.
- [18] Zhang, J.; Stang, H.; Li, V.C. Fatigue life prediction of fiber reinforced concrete under flexural load. *Int. J. Fatigue* (1999), 21, 1033–1049.
- [19] Deng, P.; Matsumoto, T. Fracture Mechanics-Based Fatigue Life Prediction Method for RC Slabs in Punching Shear Failure Mode. *J. Struct. Eng.* 2020, 146, 04019186.
- [20] Tada, H.; Paris, H.; Irwin, G. *The Stress Analysis of Cracks Handbook*; Del Research Corporation: Hellertown, PA, USA, 1973.
- [21] Planas, J.; Guinea, G.; Elices, M. Rupture modulus and fracture properties of concrete. In *FRAMCOS*; Wittmann, F.H., Ed.; Aedificatio Publishers: Freiburg, Germany, (1995); Volume 1, pp. 95–110.
- [22] Varios autores. *Reability Background of the Eurocodes* (2024). EU Science Hub. European Comission. ISBN: 978-92-68-20980-6
- [23] Markova, et al. (2018). *Reliability of Structural Members Designed with the Eurocodes NDPs Selected by EU and EFTA Member States*, Pinto Vieira, A. and Dimova, S. editor(s), EUR 29410 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2018.
- [24] Bairán, J.M., Tošić, N. & de la Fuente, A. Reliability-based assessment of the partial factor for shear design of fibre reinforced concrete members without shear reinforcement. *Mater Struct* **54**, 185 (2021).
- [25] Galeote, E., et al. Statistical analysis of an experimental database on residual flexural strengths of fiber reinforced concretes: Performance-based equations. *Structural Concrete*. (2022).