

Estudio con un modelo de daño en MEF en la generación de fisuras en piezas de hormigón armado a tracción pura con zonas de concentración de tensiones

Study with a damaged model in MEF in crack generation reinforced concrete pieces under pure tensile with stress concentration areas

Manuel Paredes-González ^{*, a}, Manuel F. Herrador^b, Fernando Martínez-Abella^c,

Juan-Luis Pérez-Ordóñez^d y Miguel López-López^a

^a Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Universidade da Coruña, Personal Investigador.

^b Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Universidade da Coruña, Profesor Contratado Doctor.

^c Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Universidade da Coruña, Catedrático universitario.

^d Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Universidade da Coruña, Titular universitario.

RESUMEN

El hormigón es el material más utilizado en la construcción de obras de ingeniería civil, siendo su reducida resistencia a tracción uno de los mayores problemas que presenta. En los depósitos de agua de planta circular, sometidos a grandes esfuerzos de tracción pura, con el objetivo de garantizar la funcionalidad, es necesario el empleo de grandes cuantías de armado y grandes grosores de muro. Existen discontinuidades, como son las juntas de dilatación o constructivas, que provocan puntos de concentración de tensiones que pueden desencadenar la creación de fisuras. En el presente documento se estudia mediante un modelo de daño en MEF la creación y desarrollo de fisuras en hormigón armado.

ABSTRACT

Concrete is the most used material in civil engineering constructions, material with a reduced tensile strength. In circular water tanks, subject to great pure tensile efforts and in order to ensure functionality, is necessary to use large amounts of reinforcement and large wall thicknesses. There are discontinuities, such as expansion or construction joints, that cause stress concentration points that can trigger the creation of cracks. In this document, the creation and progress of cracks in reinforced concrete is studied using a damage model in FEM.

PALABRAS CLAVE: hormigón armado, resistencia a tracción, fisuración, MEF, modelo de daño.

KEYWORDS: reinforced concrete, tensile strength, cracking, finite element method, damaged model.

1. Introducción

Hoy en día, el hormigón es el material principal con el que se hacen la mayor parte de las obras de ingeniería civil. Pese a su gran utilización, no nos podemos olvidar que presenta una serie de limitaciones que es necesario conocer. Una de las

principales, y en la que se centra este estudio, es su reducida resistencia a tracción en relación a su resistencia a compresión. Dicha limitación está sobradamente resuelta mediante la incorporación armadura metálica, la cual es la

encargada de resistir los esfuerzos de tracción, produciéndose igualmente procesos de fisuración del hormigón, teniendo que controlarse y limitarse en función del uso final que vaya a desempeñar dicha estructura.

Existen estructuras de hormigón armado que trabajan fundamentalmente sometidas a esfuerzos de tracción. Una de esas estructuras son los depósitos de contención de líquidos de planta circular., llegando a producirse grandes tracciones horizontales en los muros. Debido a la finalidad de los mismos, es necesario reducir y minimizar la existencia de fisuraciones en los muros de hormigón, con el objetivo de garantizar la funcionalidad de los depósitos, así como evitar posibles efectos negativos de las filtraciones de líquido, pudiendo verse afectada la integridad tanto del hormigón como del acero. Para ello, se ve necesario la utilización de grandes cuantías de armado y de grandes grosores de muros.

El proceso constructivo de estas estructuras conlleva la existencia de discontinuidades en su fabricación, debido a la imposibilidad de realizarlos en una sola pieza. Estas discontinuidades en su fabricación llevan implícitas discontinuidades estructurales, a partir de las cuales se pueden producir zonas de concentración de fisuras, las cuales pueden incurrir en la generación inesperada de fisuras.

A la hora de entrar en el estudio a fondo de estas zonas de concentración de fisuras, se ha llevado a cabo la realización de un modelo de elementos finitos en el que se integra un modelo de daño. Los modelos de daño de hormigón basados en la energía necesaria para la apertura de la fisura, parámetro propio del material, utilizando conceptos de fractura frágil [1-6], son eficientes y aplicables directamente al método de elementos finitos. Este método explica no solo la generación de grietas, sino también el desarrollo y evolución de las mismas.

2. Campaña experimental

2.1 Caracterización de materiales

Con el fin de conocer las propiedades mecánicas del hormigón empleado, cuyos valores son necesarios para una correcta parametrización del modelo de elementos finitos, se realizan ensayos normativos de caracterización, consistentes en ensayos de compresión sobre probetas cúbicas y cilíndricas (EN 12390-3) [7], ensayos a tracción indirecta (EN 12390-6) [8] la determinación del módulo de elasticidad (EN 12390-13) [9]. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 1:

Tabla 1. Ensayos de caracterización.

Ensayo	Resultado
Resistencia a compresión	51,88 MPa
Resistencia a tracción	4,26 MPa
Módulo de elasticidad	45415 MPa

2.2 Ensayos de tracción

Para la realización del presente estudio fue necesario la realización de una campaña experimental de ensayos bajo esfuerzos de tracción pura sobre especímenes de hormigón armado con diferentes cuantías de armado. Con el objetivo de poder realizar la campaña experimental con diferentes configuraciones de armado, fue necesario el diseño y posterior desarrollo de un nuevo sistema de ensayo que permitiese la incorporación de barras de armado con diferentes configuraciones [10]. El método de ensayo está basado en la transmisión del esfuerzo de tracción mediante barras de acero embebidas en cada uno de los extremos, método utilizado por diferentes autores [11, 12, 13, 14, 15, 16]. Los especímenes de ensayo presentan una forma de hueso o doble T con el objetivo de reducir las tensiones alcanzadas en las cabezas de anclaje, reduciendo de esta forma los posibles problemas en estas zonas a lo largo del ensayo, y garantizando además que la fisuración de la pieza

esté localizada en la zona central de la misma (Figura 1). Así mismo, con el objetivo de localizar la fisura en la zona central de la pieza, y estudiar la influencia de juntas de dilatación en estructuras actuales sometidas a esfuerzos de tracción, se colocan dos inductores de fisuras (Figura 2).

En la campaña experimental se dispusieron tres configuraciones diferentes de armado: una cuantía mínima de armado según la normativa española [17] (3.02 cm^2 , cuantía geométrica de 0.012), cuantía de armado bajo criterios de colapso, empleándose aproximadamente la mitad de la cuantía mínima (1.70 cm^2 ; 0.007), y probetas sin armadura longitudinal. Se realizan ensayos sobre dos especímenes con cada una de las configuraciones de armado.

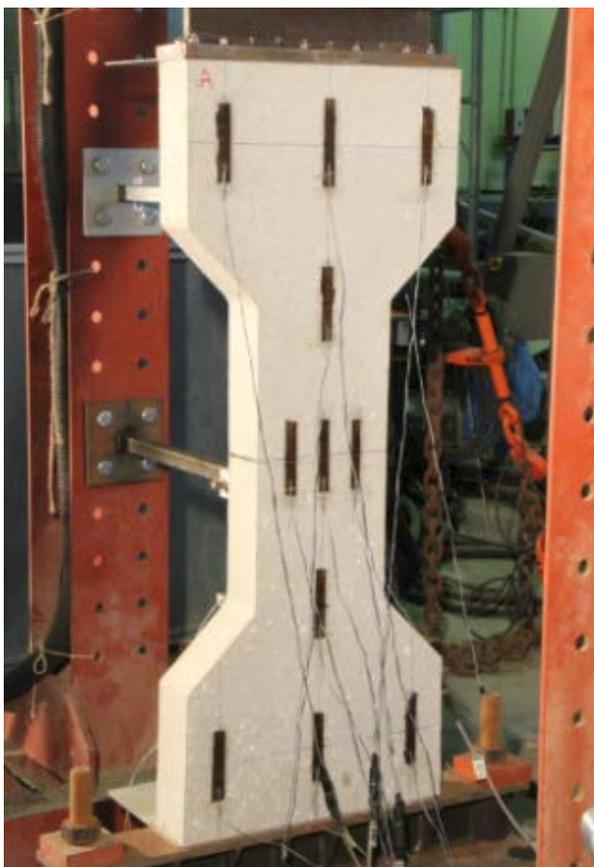


Figura 1. Especimen de ensayo.



Figura 2. Inductor de fisuras en la zona central.

El procedimiento de ensayo se realiza mediante un control de desplazamiento, el cual consiste en la imposición al actuador de un movimiento constante a lo largo del mismo, siendo en este caso de 0.2 mm/min . De esta forma, se garantiza la estabilidad del ensayo en el momento en el que se produce la fisuración del hormigón, y su posterior evolución. Se lleva a cabo el ensayo hasta el momento en el que se produce la rotura del hormigón. Para ayudar a determinar el momento en que se produce la fisuración, se colocan en la zona central tres galgas extensométricas en cada una de las caras del espécimen.

3. Modelo de elementos finitos

3.1 Modelo de daño

Con el objetivo de analizar en detalle la influencia de presencia de los inductores de fisuras presentes en los especímenes ensayados, los cuales simulan la existencia de junta de contracción en un elemento de hormigón armado sometido a esfuerzos de tracción, es necesario realizar un estudio mediante un modelo de elementos finitos.

Para la realización del modelo se empleó el software comercial ABAQUS [18]. Las propiedades mecánicas del hormigón empleado necesarias para la realización del modelo se obtuvieron de los ensayos de caracterización comentados anteriormente.

El software ABAQUS tiene la capacidad de simular el daño utilizando los tres modelos de fisuración para hormigón armado: (1) “Concrete Smearred Cracking”, (2) “Brittle Cracking”, y (3) “Concrete Damage Plasticity”. Entre los tres modelos comentados anteriormente, el modelo (3) “Concrete Damage Plasticity” fue el elegido para llevar a cabo para el estudio del comportamiento del hormigón armado una vez iniciado el proceso de fisuración del mismo. Este es el único modelo que opera tanto en análisis estático como en análisis dinámico, lo que le confiere una mayor operabilidad frente a los otros 2 modelos de daño.

El modelo “Concrete Damage Plasticity” considera como mecanismos principales de fallo del hormigón la fisuración ante solicitaciones de tracción y el aplastamiento ante esfuerzos de compresión. En este modelo, el comportamiento uniaxial de tracción y compresión se caracteriza por el daño plástico.

El presente documento el modelo “Concrete Damage Plasticity” se estudia únicamente el comportamiento del hormigón ante solicitaciones a tracción, en concordancia con los ensayos experimentales realizados, sin que se produzca en ningún momento esfuerzos de compresión de suficiente entidad.

Para simular el comportamiento completo del hormigón armado ante solicitaciones de tracción, el modelo utiliza un comportamiento tensión-deformación posterior a la fisuración similar al que se muestra en la Figura 3.

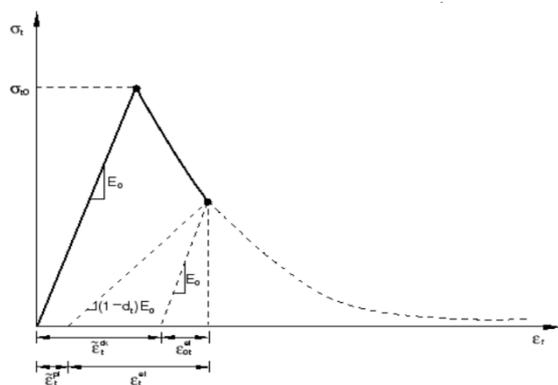


Figura 3. Comportamiento tensión-deformación posterior a la fisuración.

Para llevar a cabo el modelo, es necesario introducir los datos del módulo de Young (E_0), la resistencia a tracción (σ_t), los valores de deformación de fisuración ($\tilde{\epsilon}_t^{ck}$), y los valores de los parámetros de daño (d_t). La deformación de fisuración (ϵ_t^{ck}) se calcula a partir de la deformación total utilizando la ecuación (1):

$$\tilde{\epsilon}_t^{ck} = \epsilon_t - \epsilon_{ot}^{el} \quad (1)$$

Existen diferentes modelos de daño [19, 20] que pueden ser aplicados en este estudio, los cuales se ajustan a los datos necesarios en el modelo “Concrete Damage Plasticity”. Estos modelos están basados en el estudio de Gilbert and Warner [21]. Dichos modelos imponen un comportamiento al hormigón post-fisuración como dos o tres tramos de caída de carga e incremento de deformación (Figura 4 y Figura 5), los cuales corresponderían con los procesos fisuración primaria y secundaria del estudio de Gilbert and Warner [21].

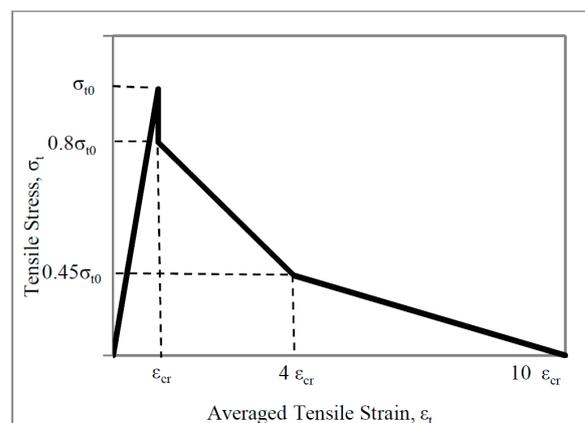


Figura 4. Modelo de Nayal y Rasheed's.

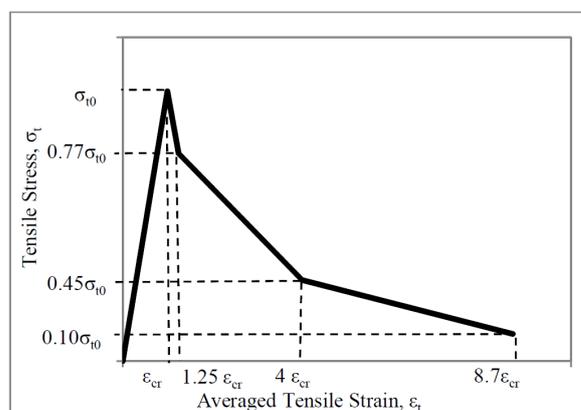


Figura 5. Modelo de Wahalathantri.

3.2 Desarrollo del modelo

A la hora de llevar a cabo la realización del modelo se hizo una serie de simplificaciones con el fin de reducir los costes de computación e incrementar la estabilidad.

En primer lugar, pese a que los especímenes ensayados tienen forma de hueso o doble T, únicamente se ha modelado la zona central. Esto es debido a que la zona de estudio es la zona central, donde están colocados los inductores de fisuras, lugar en el que se produce la concentración de tensiones y la rotura final de las piezas (Figura 6).

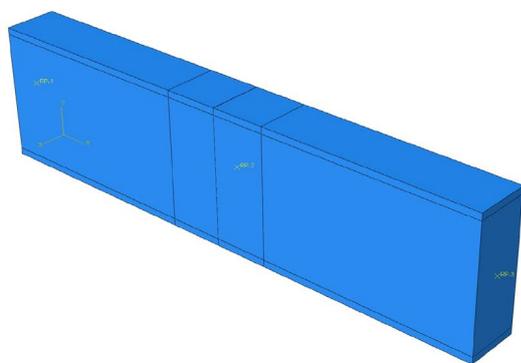


Figura 6. Ensamblaje del modelo.

En segundo lugar, la modelización de los inductores de fisuras se realizó mediante una discontinuidad en la zona de contacto central del modelo, sin realizar una entalla física en ella. Esto se debe a que se busca una mayor homogeneidad en el tamaño y forma de los elementos utilizados en el mallado de la pieza. La existencia de dicha entalla obligaría a disponer de un tamaño de elemento demasiado pequeño o disponer de algunos elementos distorsionados, lo que provocaría, en el primero de los casos, de un gran incremento en el tiempo de cálculo, y en el segundo, posibles inestabilidades del modelo que pondrían en peligro la convergencia del mismo (Figura 7)

Por último, los datos utilizados en el modelo de daño “Concrete Damage Plasticity” se pueden ver en la Tabla 2.

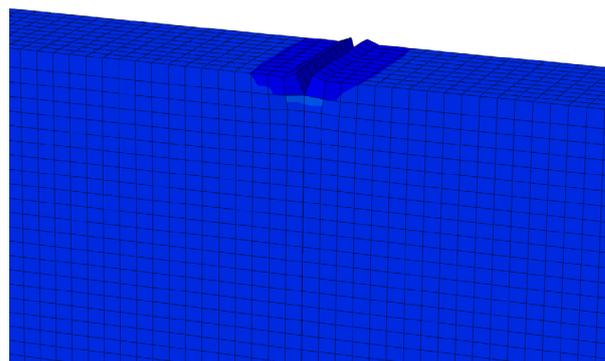


Figura 7. Deformación durante el ensayo de la zona del inductor de fisuras.

Tabla 2. Datos del modelo de daño (I).

Parámetros	Valor
Dilation angle	38
Eccentricity	0.1
f_{b0}/f_{c0}	1.16
K	0.666
Viscosity parameter	1E-05

Según diversos autores [22, 23, 24], los valores de resistencia a la tracción obtenidos en los ensayos de tracción indirecta son de 5% a 12% mayores que la resistencia real del hormigón. Por ello, para la realización del presente estudio se consideró como resistencia a tracción del hormigón el valor de 4 MPa, lo que equivale a una reducción de un 6% respecto a los valores obtenidos en los ensayos de caracterización. Con ello, los valores establecidos para modelar el comportamiento del hormigón una vez fisurado se muestran en la Tabla 3. El gráfico resultante del comportamiento del hormigón está recogido en la Figura 8:

Tabla 3. Valores del modelo de daño (II).

Tensión (MPa)	Deformación
4	0
3.08	4E-05
1.389	0.00048
0.1	0.001232

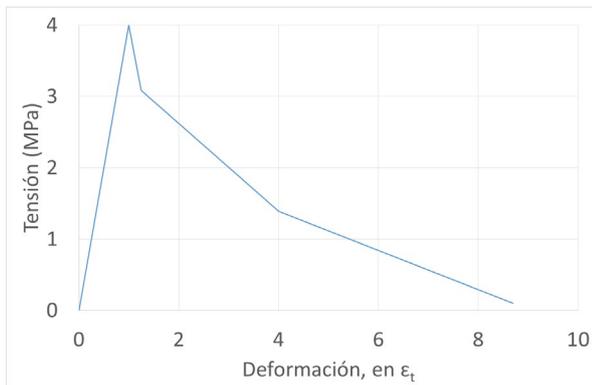


Figura 8. Representación del comportamiento en el modelo de daño del hormigón a tracción.

4. Resultados

4.1 Campaña experimental

Los resultados obtenidos en los ensayos de fisuración de los especímenes de hormigón se analizan con el fin de obtener los valores de carga a la que se produce la fisuración (Figura 9). En la Tabla 4 se muestran los valores de carga de fisuración media de cada una de las configuraciones ensayadas:

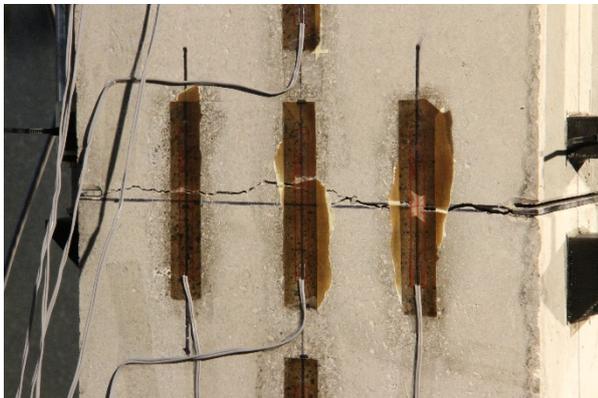


Figura 9. Fisuración de un espécimen tras ensayo.

Tabla 4. Resultados de la campaña experimental (I).

Configuración	Fuerza alcanzada (kN)
Sin armadura	58.40
Armadura reducida	59.24
Armadura mínima	54.78

A partir de los valores característicos, tanto del hormigón como del acero, y a través de la superficie de cada uno de los materiales en la

sección central de las piezas, pudiendo calcular de esta manera la sección homogeneizada, se calcula los valores de tensión de tracción a la que se produce la fisuración del hormigón. Los valores de resistencia a tracción del hormigón en cada una de las configuraciones de ensayo se muestran en la Tabla 5:

Tabla 5. Resultados de la campaña experimental (II).

Configuración	Resistencia a tracción (MPa)
Sin armadura	2.62
Armadura reducida	2.53
Armadura mínima	2.32

Se observa que los valores de resistencia a tracción del hormigón mediante este ensayo son muy inferiores a los valores obtenidos mediante el ensayo normativo de tracción indirecta, siendo necesario un estudio mediante un modelo de elementos finitos para evaluar la influencia del inductor de fisuras en la resistencia a tracción del espécimen.

4.2 Modelo de elementos finitos

En primer lugar, se realiza un análisis en régimen elástico con el objetivo de conocer el comportamiento del hormigón en la zona contigua al inductor de fisuras. Se impone para ello una carga de 60 kN, valor ligeramente superior al que se produce la rotura de los especímenes en la campaña experimental. En la Figura 10 se muestra el resultado final del modelo, mostrándose el valor de la tensión en el instante final, y realizándose un corte en el plano central, plano que contiene los inductores de fisuras.

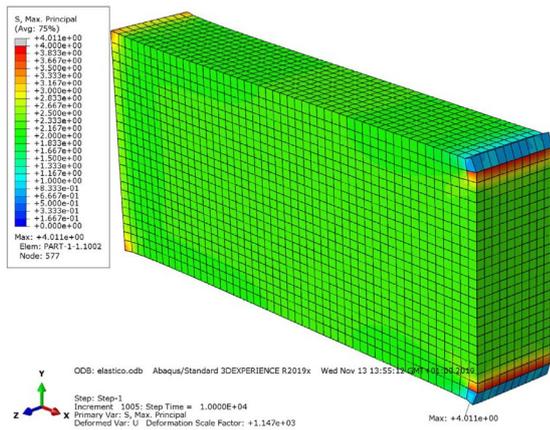


Figura 10. Resultado del análisis elástico.

En la imagen se muestra en color rojo áreas en las que se alcanzaron niveles de tensión de hasta 4 MPa, siendo el valor máximo alcanzado de 4.01MPa. Estos valores de tensión se obtuvieron en las inmediaciones de los inductores, mientras que, en el mismo plano, por el contrario, el valor de tensión alcanzado en la mayor parte de la superficie ronda los 2.2 y 2.5 MPa, incrementándose progresivamente a medida que se aproxima al inductor. Se puede observar que los resultados obtenidos son coherentes con los valores alcanzados en la campaña experimental, en la que se obtiene valores medios de tensión en dicha superficie de entre 2.32 y 2.62 MPa.

Tras el cálculo en régimen elástico, se introducen los parámetros correspondientes al modelo “Concrete Damage Plasticity”. En dicho modelo, se observa la creación y su posterior evolución de la fisura en el plano en el que se encuentran los inductores de fisuras. Se puede ver como el frente en el que se alcanza el valor de 4 MPa de tracción, valor al que se produce la fisuración, avanza desde los extremos hacia el interior de la pieza, reduciéndose los valores de tensión remanente a medida que el frente progresa. En la Figura 11 se puede ver como avanza el frente de fisuración a lo largo del espécimen en diferentes fases del modelo, a medida que avanza el tiempo de cálculo.

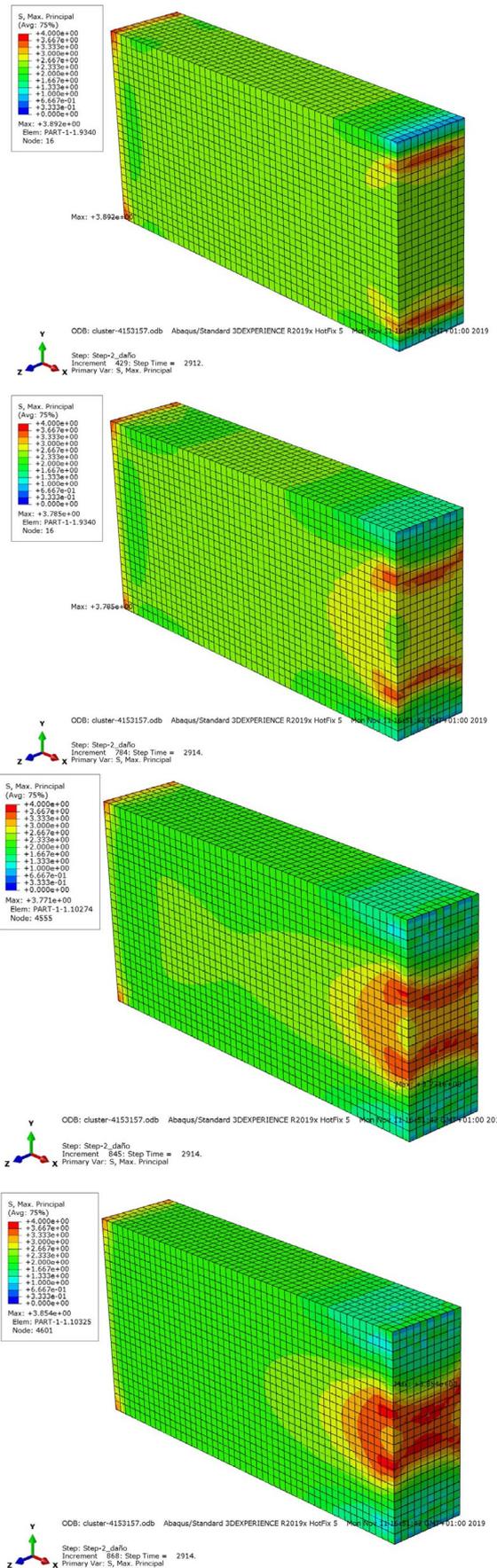


Figura 11. Evolución de la fisura en el modelo de daño.

El modelo permite conocer la reacción en los extremos de la pieza, por lo que es posible extraer el valor de la fuerza y su evolución en la generación y desarrollo de la fisura. Observando los valores de la reacción durante el modelo, una vez que empieza a generarse la fisura, el valor de fuerza deja de aumentar de valor, produciéndose un estancamiento y posterior descenso, reduciéndose en gran medida en los momentos finales del desarrollo de la fisura (Figura 12). Con ello, obtenemos el valor máximo de fuerza en cada una de las configuraciones de armado, los cuales se muestran en la Tabla 6. Dichos valores están próximos a los resultados obtenidos en la campaña experimental mediante ensayos de tracción directa (Tabla 4).

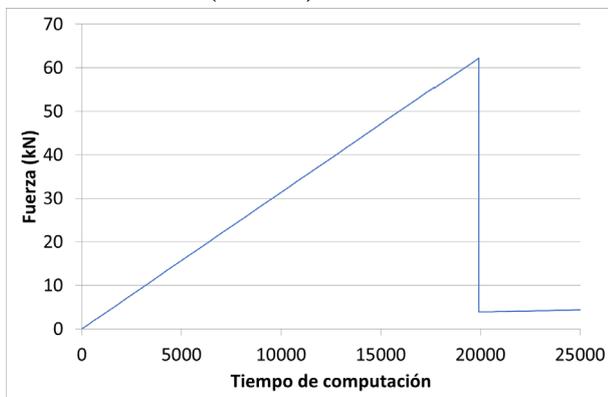


Figura 12. Evolución de la fuerza en el modelo con el tiempo de cálculo y caída de carga en el momento de fisuración (especimen sin armado).

Tabla 6. Resultados del modelo numérico.

Configuración	Fuerza alcanzada (kN)
Sin armadura	62.19
Armadura reducida	64.12
Armadura mínima	68.24

5. Conclusiones

En el presente documento se estudia la influencia de la presencia de un inductor de fisuras, los cuales simulan la presencia de juntas de dilatación u otros elementos equivalentes que produzcan puntos de concentración de tensiones en elementos de hormigón armado sometido a esfuerzos de tracción pura, y su

posterior análisis mediante un modelo de elementos finitos a partir de un modelo de daño con el objetivo de estudiar la progresión de la fisuración.

En lo comentado en el párrafo anterior, en primer lugar se observa una gran diferencia entre los valores obtenidos en la caracterización del hormigón mediante ensayos de tracción indirecta con respecto a los obtenidos en la campaña experimental, habiendo una reducción de resistencia del orden del 38%. Como se ve en los modelos numéricos, dicha reducción está directamente relacionada con la presencia del inductor de fisuras, alcanzándose valores próximos a los obtenidos mediante métodos indirectos (4 MPa) en las inmediaciones de éstos, mientras que en la zona central de la pieza los valores de tensión se mantienen en el entorno de los 2.2-2.5 MPa, valores obtenidos en los ensayos directos. Por ello, y tras los resultados obtenidos, la presencia de inductores de fisuras influye enormemente en las características resistentes de los elementos de hormigón armado diseñados frente a solicitaciones de tracción. Este fenómeno adquiere gran importancia en estructuras en las que es necesario limitar y controlar la generación de fisuras, como son los depósitos de líquidos.

Tras la realización del modelo en elementos finitos y el posterior ajuste del modo de fisuración, se observa que los valores de fuerza a las que se produjo la fisuración de las piezas están próximos a los obtenidos con los ensayos de tracción directa de la campaña experimental. Con ello, pese a que los resultados obtenidos coherentes con lo el comportamiento real del hormigón y suficientemente certeros, es conveniente un mejor ajuste con el fin de reducir las diferencias con los resultados experimentales.

6. Futuras líneas

El trabajo realizado se engloba dentro de un proyecto de investigación que tiene un mayor alcance, cuyo objetivo es el uso de un refuerzo

exterior de Polímero Reforzado de Fibra (PRFV) de Vidrio en elementos de hormigón armado sometidos a esfuerzos de tracción pura. Por ello, la principal línea de investigación a desarrollar es la incorporación del refuerzo exterior de PRFV al modelo de daño de elementos finitos con el objetivo de estudiar la influencia de este en la generación y posterior evolución de las fisuras.

Agradecimientos

Este proyecto ha sido realizado bajo los auspicios del proyecto del Programa Sectorial de Investigación Aplicada e I+D Suma 10TMT118004PR, “Análise da fisuración por tracción en depósitos de formigón armado revestidos con polímeros reforzados con fibra de vidro (AFIDHAVIT)”, financiado por la Consellería de Educación e Ordenación Universitaria de la Xunta de Galicia, y del proyecto BIA2010 “Adherencia y anclaje de las armaduras pasivas en el hormigón. Hacia un modelo y una formulación general” del programa de Proyectos de Investigación Fundamental del Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España.

Referencias

- [1] Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.-E., “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements”, *Cement and Concrete Research*, vol 6. 1976, pp 773-781.
- [2] Y. Xu, H. Yuan, “Computational analysis of mixed-mode fatigue crack growth in quasi-brittle materials using extended finite element methods”, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 76, no. 2, 2009, pp. 165–181.
- [3] Zhang, X.-F., Xu, S.-L., “Study on mechanical behavior of fracture process zone in concrete using energy approach”, *Gongcheng Lixue/Engineering Mechanics*, Vol 25, 2008, pp 18-23.
- [4] Wardeh, G., Ghorbel, E, “Freezing-thawing

cycles effect on the fracture properties of flow able concrete”, *Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, 2013, pp 1818-1827.

- [5] Héctor Cifuentes, Fidel García, Orlando Maeso, Fernando Medina, “Influence of the properties of polypropylene fi bres on the fracturebehaviour of low-, normal- and high-strength FRC”, *Construction and Building Materials*, vol 45, 2013, pp 130-137.
- [6] Hu S.-W., Mi Z.-X, Lu J, Fan X.-Q, “A study on energy dissipation of fracture process zone in concrete”, *Journal of Hydraulic Engineering*, vol 43, 2012, pp 145-152.
- [7] AENOR UNE-EN 12390–3, Ensayos de hormigón endurecido - Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas (2003).
- [8] AENOR UNE-EN 12390–6, Ensayos de hormigón endurecido - Parte 6: Resistencia a tracciónindirecta de probetas (2010).
- [9] AENOR UNE-EN 12390–13, Ensayos de hormigón endurecido - Parte 13: Determinación del módulo secante de elasticidad a compresión (2014).
- [10] Manuel Paredes-González, Manuel F. Herrador Barrios, Ismael V. Raña, Iris González Taboada, Comportamiento en servicio del hormigón armado revestido con Polímeros Reforzados de Fibra de Vidrio (PRFV) bajo solicitaciones de tracción pura, X Congreso Nacional de Materiales Compuestos, julio 2013, Algeciras.
- [11] Choi, Se-Jin; Yang, Keun-Hyeok; Sim, Jae-Il; Choi, Byong-Jeong; Direct tensile strength of lightweight concrete with different specimen depths and aggregate sizes; *Construction and Building Materials*; 63; 132-141; 2014.
- [12] Swaddiwudhipong, Somsak; Lu, Hai-Rong; Wee, Tiong-Huan; Direct tension test and tensile strain capacity of concrete at early age;

- Cement and Concrete Research; 33, 12; 2077-2084; 2003.
- [13]Nianxiang, Xie; Wenyan, Liu; Determining Tensile Properties of Mass Concrete by Direct Tensile Test; ACI Materials Journal; 214-219; 1989.
- [14]Lin, Wei-Ting; Cheng, An; Huang, Ran; Cheng, Tsan-Ching; A method for testing the strength of concrete using uniaxial direct tension; Journal of the Chinese Institute of Engineers; 36, 3; 295-303; 2013.
- [15]Wang, H. L.; Song, Y. P.; Behavior of mass concrete under biaxial compression-tension and triaxial compression-compression-tension; Materials and Structures; 42, 2; 241-249; 2008.
- [16]Reinhardt, Hans-wolf; Rinder, Tassilo; Tensile Creep of High-Strength Concrete; Journal of Advanced Concrete Technology; 4, 2; 277-283; 2006.
- [17]Ministerio de Fomento, Instrucción de Hormigón Estructural. EHE-08, Centro de Publicaciones, Ministerio de Fomento, Madrid, 2008.
- [18]ABAQUS. ABAQUS 6.12 USER'S MANUAL. ABAQUS, INC., PROVIDENCE, RI; 2012.
- [19]Nayal, R., & Rasheed, H.A. . Tension Stiffening Model for Concrete Beams Reinforced with Steel and FRP Bars. Journal of Materials in Civil Engineering, 2006.
- [20]Wahalathantri, B.L., Thambiratnam, D.P., Chan, T.H.T., & Fawzia, S. (2011) A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS. First International Conference on Engineering, Designing and Developing the Built Environment for Sustainable Wellbeing, Queensland University of Technology, Brisbane, Qld, pp. 260-264.
- [21]Gilbert, R., & Warner, R. (1978). Tension stiffening in reinforced concrete slabs. Journal of the Structural Division, 104(12), 1885-1900.
- [22]Popovics, S., "Chapter 2: Other Concrete Strengths," Strength and Related Properties of Concrete-A Quantitative Approach, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998, pp. 102-165.
- [23]Neville, A. M., "Chapter 12: Testing of Hardened Concrete," Properties of Concrete, 4th Edition, Addison Wesley Longman Limited, Essex, England, 1995, pp. 581-648.
- [24]Ministry of Transport, China, Concrete Testing Methods for Harbor Engineering, People's Transportation Press, Beijing, 1981.