

Medición de fuerzas y ajuste de longitud de péndolas de un puente en arco tipo network

Measurement of hanger forces and hanger length adjustment of a network arch bridge

Frank Schanack^{*, a}, Óscar Ramón Ramos^b, Roberto Escalona de la Fuente^c, Ronald

Alarcón Fernández^d

^a Prof. Dr. Institute of Civil Engineering, Director of the Laboratory of Bridge Engineering, Universidad Austral de Chile.

^b Prof. Dr. Institute of Civil Engineering, University of Cantabria.

^c Eng. Project Engineer, WSP Spain.

^d Eng. Research Assistant, Universidad Austral de Chile.

RESUMEN

Puentes en arco tipo network tienen péndolas inclinadas que se interceptan al menos dos veces. La distribución de fuerzas en las péndolas es muy sensible a tolerancias de construcción. Para asegurar correctas fuerzas de péndola, se deben medir y ajustarlas durante la construcción. En el Puente Manchuria, Chile se midieron las fuerzas con bandas extensométricas y a partir de las frecuencias propias de vibración, identificando 6 péndolas con fuerzas fuera del rango seguro. Los ajustes de longitud necesarios se determinaron con un algoritmo de optimización aplicado a una matriz de influencia. Estaban entre los 3 mm a 8 mm.

ABSTRACT

Network arch bridges have inclined hangers with multiple intersections. The hanger force distribution is very sensitive to the construction tolerances. In order to guarantee correct hanger forces, the forces must be measured and adjusted during the construction. In the Manchuria Bridge, Chile the hanger forces were measured with strain gauges and by the vibrating string theory, identifying 6 hangers with forces outside the save limits. The required hanger length adjustments were determined by an optimization algorithm applied to an influence matrix. They were in the range of 3 mm to 8 mm.

PALABRAS CLAVE: puente, arco tipo network, red de péndolas, instrumentación, banda extensométrica, cuerda vibrante, ajuste de longitud.

KEYWORDS: bridge, network arch, hanger net, instrumentation, strain gauge, string theory, length adjustment.

1. Introducción

Puentes en arco tipo network son puentes en arco atirantado con péndolas inclinadas que se interceptan al menos dos veces. Son estructuras hiperestáticas, donde el grado de indeterminación es equivalente al número de intersecciones de las péndolas. En arcos tipo

network típicos, el grado de indeterminación suele ser mayor a 25 y alcanza valores mucho mayores a 100.

La distribución de fuerzas en el arco tipo network depende de la distribución de las péndolas, es decir, del número total, de las

distancias y de las inclinaciones de cada una de las péndolas. Al cambiar el ángulo de inclinación de una péndola, se afectan las fuerzas en todas las demás, siendo la influencia mayor en las péndolas cercanas.

Al concebir la distribución de péndolas en el proyecto de un puente en arco tipo network, se supone una geometría perfecta y propiedades de material homogéneas, es decir, una distribución de rigideces ideal. Sin embargo, en la realidad los puentes son construidos dentro de límites de tolerancia de geometría y con rangos probabilistas de las propiedades de material. De esta forma, el puente recién construido nunca será tan perfecto como el modelo de cálculo.

En consecuencia, la distribución de fuerzas en las péndolas en un puente en arco tipo network recién construido no será idéntica con la teóricamente calculada. Hay que verificar el orden de magnitud de las diferencias y proceder a un ajuste de longitud de algunas péndolas para asegurar que las fuerzas están dentro del rango admisible.

En este documento se describe la metodología y los resultados obtenidos de la medición de fuerzas en las péndolas y del ajuste de su longitud, realizados durante la construcción del Puente Manchuria en Chile.

2. Breve descripción del Puente Manchuria

El Puente Manchuria se ubica en Curacautín, Chile y salva el río Cautín. Fue construido en 2019, siendo el primer puente en arco tipo network de Chile. Tiene una luz de cálculo de 60,5 m, una flecha del arco de 10 m y una anchura total de 15,76 m.



Figura 1. Puente Manchuria en construcción.

Los arcos metálicos tienen una sección cajón de 60 cm x 60 cm y están inclinados en 10° uno hacia el otro. Se conectan entre sí mediante un arriostamiento tipo Vierendeel. El tablero es una losa de hormigón de 45 cm de espesor y con un postensado longitudinal, que equilibra los empujes de arco.

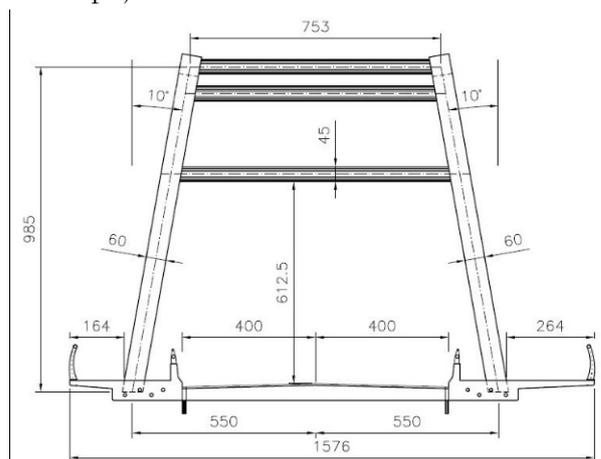


Figura 2. Sección tipo.

La red de péndolas de cada arco está formada por dos juegos de péndolas. Cada juego tiene 11 péndolas distribuidas de forma radial, es decir, las distancias de las péndolas a lo largo del arco y el ángulo entre cada péndola y el arco son constantes [1]. El ángulo toma un valor de 55° y la separación 2,75 m.

Para las péndolas se utilizan barras de acero de alta resistencia lisas con roscas en los extremos y diferentes longitudes de acuerdo a la geometría. El diámetro es de 76 mm.

El acero de las barras posee una tensión de fluencia mínima de $F_y = 460 \text{ N/mm}^2$. Las barras se conectan a los arcos y a la losa por medio de conexión horquilla.

Las péndolas se disponen excéntricas respecto al plano teórico del arco evitando así su choque.

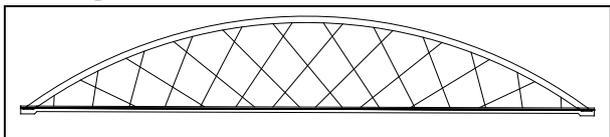


Figura 3. Red de péndolas en un arco.

3. Medición de las fuerzas de péndolas

Para la medición de las fuerzas en todas las péndolas del Puente Manchuria se usaron dos métodos: medición de deformación elástica con bandas extensométricas y medición de frecuencias fundamentales mediante acelerómetros.

Las fuerzas fueron medidas durante el desapeo del alzaprimado del puente. Es el momento cuando las péndolas entran en servicio y toman las fuerzas correspondientes al peso propio del puente.

3.1 Medición con bandas extensométricas

Dada la simetría en el puente existen 4 juegos de péndolas iguales, 2 en cada arco. Se optó por medir un juego completo mediante bandas extensométricas. Además, se midieron todas las péndolas adyacentes a los extremos de arco con este método. Lo anterior es necesario ya que debido a su longitud (1,1 m) no se comportan lo suficientemente parecido a un cable y su fuerza no puede ser medida a partir de sus frecuencias de vibración. En total, se instalaron bandas extensométricas en 14 péndolas.

Las bandas usadas son del tipo roseta apilada en T con dos bandas en 90° con una resistencia de 350 Ω y un largo de la rejilla de 7 mm.

Con las bandas extensométricas se puede medir con gran precisión la deformación en las barras de las péndolas. A partir del módulo de Young esta deformación es transformada en el esfuerzo axial actuando en las péndolas.

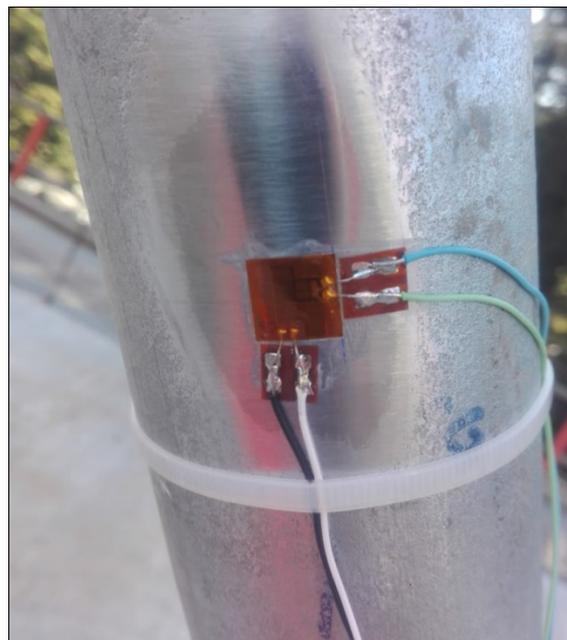


Figura 4. Banda extensométrica instalada en una de las péndolas (antes de aplicar protección).

3.2 Medición de frecuencias de vibración

La determinación de las frecuencias propias se realizó mediante la medición de vibraciones ambientales con un acelerómetro piezoeléctrico (1000 mV/g). Cuando era necesario, las péndolas fueron excitadas a vibraciones de mayor amplitud mediante el martillo de impacto.



Figura 5. Acelerómetro KS48C con soporte magnético y martillo.

La frecuencia de muestreo fue de 2400 Hz para todas las mediciones. Se aplicó un filtro anti-alias automático para capturar mejor las frecuencias de vibración altas.

Posteriormente, se realizó un análisis espectral de las vibraciones registradas (FFT) y extrae las frecuencias de vibración propias. Para aquello se usó en su mayoría el cálculo del

espectro de frecuencias en vivo con detección automática de valores extremos.

Las frecuencias naturales reflejan los diversos parámetros que determinan el comportamiento del cable, por lo que a mayor cantidad de frecuencias que se identifiquen, mayor es la probabilidad de que se obtengan estimaciones de fuerza axial precisas. Por lo general, se determinaron las primeras 3 frecuencias naturales de vibración. El rango de frecuencias esperables estuvo entre los 1 Hz y 150 Hz, en función de la longitud y la fuerza de péndola.

Existen distintos modelos de cuerdas tensionadas aplicadas a la obtención de la fuerza en cables a partir de la medición de las vibraciones, conociendo la masa y la longitud. Se distinguen diferentes casos según las condiciones de contorno, donde la fórmula simple que describe la vibración de una cuerda se amplía y puede proporcionar estimaciones de las fuerzas existentes. Dentro de las condiciones de contorno se cuenta con casos más complejos como cables largos y con flecha; cortos y rígidos; con poca tensión y anclados a soportes flexibles.

En el Puente Manchuria se encuentran péndolas en varias de estas categorías, por lo que fue necesario contar con los siguientes casos:

3.2.1 Modelo 1: simplemente apoyado con $EI=0$

Es la aproximación más simple para determinar la tensión de un cable a partir de su frecuencia natural. No se considera la flecha ni la rigidez a flexión.

$$T = 4\rho L^2 \left(\frac{f_n}{n}\right)^2$$

Donde:

f_n La frecuencia natural de vibración del cable en Hz.

n Número de frecuencia natural de vibración.

L Longitud efectiva del cable.

3.2.2 Modelo 2: simplemente apoyado con $EI \neq 0$

A la ecuación anterior se le añade la componente de la rigidez a flexión correspondiente al tipo de material y geometría del cable.

$$T = 4\rho L^2 \left(\frac{f_n}{n}\right)^2 - \left(\frac{n^2 \pi^2}{L^2}\right) EI$$

Donde:

E Módulo de elasticidad del material.

I Inercia de la sección transversal.

3.2.3 Modelo 3: empotrado con $EI \neq 0$

Para este caso de un cable empotrado en sus dos extremos la frecuencia natural de forma simplificada puede definirse como:

$$f_i = f_n \cdot (1 + \varepsilon_{EI}^i)$$

ε_{EI}^i está dado por:

$$\varepsilon_{EI}^i = \frac{2}{\zeta} + \frac{4 + \frac{i\pi^2}{2}}{\zeta^2}$$

ζ Parámetro de flexión normalizado, está dado por:

$$\zeta = \sqrt{TL^2/EI}$$

El efecto de rigidez a flexión puede ignorarse en muchas circunstancias, éste es despreciable siempre que ε_{EI}^i sea menor al 5% para los primeros cinco modos. Por otro lado los efectos de flexión pueden ser ignorados siempre y cuando $\zeta \geq 50$.

3.2.4 Modelo 4: considerando flecha en el cable y rigidez axial

Incluye simultáneamente flecha en el cable y rigidez a flexión. Logrando una mayor precisión en cables cuando $\zeta \geq 50$ y con el parámetro de Irvine $\lambda^2 < 3,1$:

La frecuencia natural viene dada por:

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \cdot \left(\alpha\beta_i - 0,24\frac{\mu}{\zeta}\right)$$

$$\alpha = 1 + 0,039\mu$$

$$\beta = 1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{\left(4 + \frac{i^2 \pi^2}{2}\right)}{\zeta^2}$$

Modos en el plano del cable:

$$\mu = \lambda^2, i = 1 \quad \mu = 0, i > 1$$

Modos fuera del plano del cable: $\mu = 0$

El parámetro de Irvine está definido como:

$$\lambda^2 = \left(\frac{\rho g L}{T}\right)^2 \cdot \frac{L}{\frac{TL_e}{EA_0}}$$

Donde:

EA_0 Rigidez Axial del cable.

L_e Longitud virtual del cable.

g Fuerza gravitacional.

La longitud virtual del cable está definido como:

$$L_e = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx}\right)^3 dx \approx L \cdot \left\{1 + 8\left(\frac{d}{L}\right)^2\right\}$$

Donde:

d Diámetro del cable.

L Longitud efectiva del cable.

4. Resultados

4.1 Fuerzas medidas con bandas extensométricas

La figura 6 muestra el registro de la medición de deformación en las bandas extensométricas durante el proceso de desapeo del puente. No se incluyen los registros de las 4 péndolas más cortas, dado que en la práctica, no recibieron fuerzas.

La medición de las fuerzas con bandas extensométricas resultó ser más preciso y más útil que la medición a partir de las vibraciones. Lo anterior por dos razones principales:

1. Permite la medición permanente, continua y simultánea de las deformaciones, lo que facilita reconocer inmediatamente eventuales problemas y evitar sobrecargas excesivas.
2. No depende de longitudes, inclinación, condiciones de apoyos ni otros parámetros que pueden dificultar la obtención de la fuerza.

4.2 Fuerzas determinadas en base a frecuencias

La figura 7 muestra, a modo de ejemplo, un

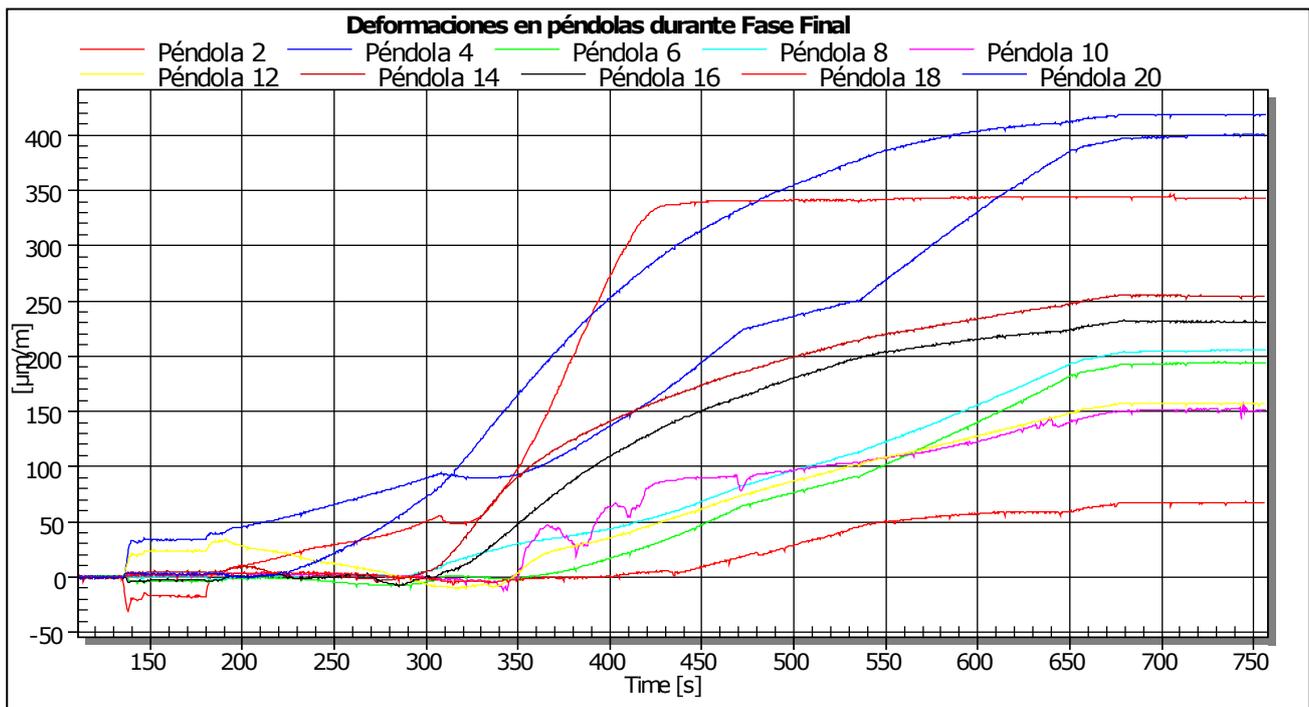


Figura 6. Registro de mediciones de péndolas durante el desapeo del puente.

registro de vibraciones y el correspondiente contenido frecuencial de una de las péndolas medidas.

Las frecuencias de vibración propias quedan claramente identificadas y están dentro de un rango de 1,5 Hz a 26 Hz para la fundamental y 10,5 Hz a 128 Hz para la 3^{era}.

Sin embargo, la conversión desde las frecuencias a esfuerzo axil presenta dificultades. En primer lugar, las condiciones de contorno cambian de una péndola a la otra, por lo que no es posible aplicar la misma fórmula a todas las péndolas. Y, en segundo lugar, en algunas péndolas la combinación entre parámetros geométricos, mecánicos y el esfuerzo axil existentes resulta en un comportamiento que no corresponde a ninguno de los 4 casos presentados en el apartado 3.2. En otras péndolas, las condiciones permiten aplicar varias de las fórmulas presentadas, dando fuerzas muy distintas.

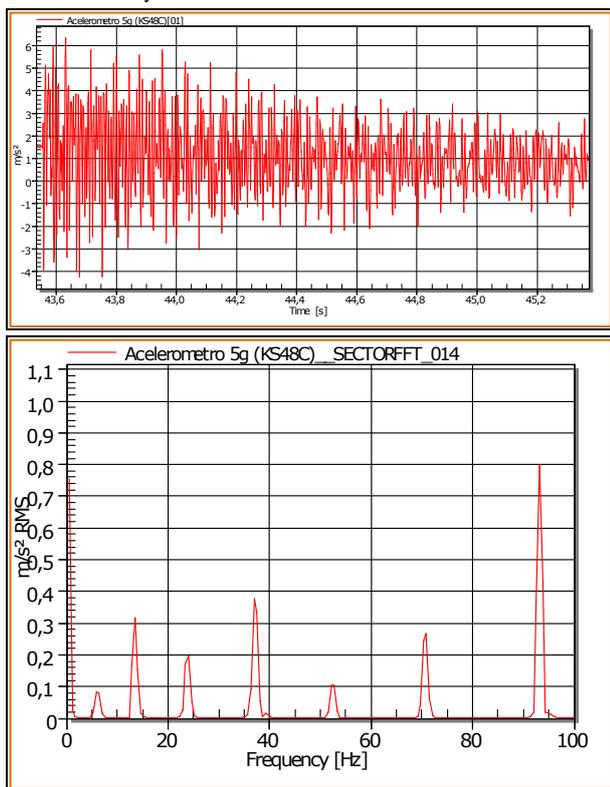


Figura 7. Vibración medida y contenido frecuencial en la péndola 14.

Dado que el método de vibraciones se aplicó en todas las péndolas, también las instrumentadas con bandas extensométricas,

fue posible calibrar el método de vibraciones y elegir las fórmulas más adecuadas para cada péndola.

4.3 Análisis de fuerzas

4.3.1 Fuerzas esperables y rangos seguros

En primer lugar, se determinaron las fuerzas teóricas en la fase de construcción correspondiente al momento de la medición. Es decir, las fuerzas de péndola bajo peso propio del puente.

En segundo lugar, se determinaron las fuerzas máximas y mínimas esperables en ELU durante la vida útil del puente, de acuerdo a la normativa de diseño aplicable (AASHTO 2002 [2] y Manual de Carreteras de Chile [3]). El rango seguro de las fuerzas de péndola bajo peso propio se determinó de la siguiente manera:

El umbral inferior se define a partir de la diferencia entre las fuerzas bajo peso propio y las fuerzas de péndola mínimas esperables en ELU. La fuerza mínima permitida corresponde a esta diferencia. De esta forma se asegura que la péndola no quede descargada en la combinación más desfavorable.

4.3.2 Comparación con fuerzas medidas

En la figura 8 se muestra la comparación de las fuerzas medidas con los umbrales seguros determinados anteriormente.

Como se puede ver, existen 5 péndolas cuyo esfuerzo axil está por debajo del umbral mínimo. Ninguna péndola supera el umbral máximo, sin embargo, la péndola 10 tiene un esfuerzo axil del doble del teórico, por lo que se ha decidido catalogarlo como demasiado alto. En total, se deben corregir entonces los esfuerzos de 6 péndolas.

	Fuerzas en péndola [kN]				
			Límites		Comprobación
	Teórico	Medido	Mín	Máx	
Péndola 2	281,4	2,8	191,3	1236,5	BAJO
Péndola 3	287,8	226,0	10,5	1072,2	OK
Péndola 4	244,5	351,6	176,4	1201,9	OK
Péndola 5	269,3	260,5	32,5	1117,5	OK
Péndola 6	257,9	235,6	136,1	1196,5	OK
Péndola 7	269,7	255,1	38,6	1150,3	OK
Péndola 8	265,0	171,6	99,6	1188,3	OK
Péndola 9	264,7	116,9	52,2	1175,4	OK
Péndola 10	262,4	578,0	79,9	1191,3	ALTO
Péndola 11	265,8	153,7	65,3	1181,6	OK
Péndola 12	265,9	100,2	62,8	1177,7	OK
Péndola 13	262,2	339,9	81,7	1192,0	OK
Péndola 14	264,9	272,8	51,0	1174,2	OK
Péndola 15	264,6	287,1	102,2	1192,3	OK
Péndola 16	270,4	213,4	36,9	1146,6	OK
Péndola 17	257,3	300,0	137,4	1198,9	OK
Péndola 18	272,3	142,9	33,5	1120,8	OK
Péndola 19	244,5	90,0	176,6	1207,7	BAJO
Péndola 20	291,9	351,6	11,7	1081,9	OK
Péndola 21	263,4	217,0	169,8	1222,8	OK
Péndola 22					
Péndola 23					
Péndola 24	258,2	80,0	196,2	1264,6	BAJO
Péndola 25	264,7	226,0	14,1	1114,2	OK
Péndola 26	225,7	163,0	182,5	1235,6	BAJO
Péndola 27	247,6	339,0	38,2	1156,8	OK
Péndola 28	237,8	298,5	142,1	1230,9	OK
Péndola 29	248,6	271,0	44,9	1189,2	OK
Péndola 30	244,1	151,4	104,7	1224,3	OK
Péndola 31	244,1	199,2	58,6	1212,8	OK
Péndola 32	241,5	276,0	85,1	1227,6	OK
Péndola 33	245,0	153,7	71,0	1219,1	OK
Péndola 34	244,5	213,8	68,0	1214,9	OK
Péndola 35	241,9	279,0	87,5	1228,9	OK
Péndola 36	243,5	195,7	56,3	1210,4	OK
Péndola 37	244,4	225,0	108,2	1229,3	OK
Péndola 38	248,3	249,0	42,1	1184,2	OK
Péndola 39	238,1	294,0	144,7	1234,8	OK
Péndola 40	249,0	215,5	37,4	1158,1	OK
Péndola 41	227,2	119,0	184,1	1242,6	BAJO
Péndola 42	266,4	291,0	13,1	1121,9	OK
Péndola 43	244,5	230,0	179,0	1254,8	OK

Figura 8. Comparación de las fuerzas medidas con los umbrales seguros.

5. Determinación del ajuste de longitud de las péndolas

La corrección de las fuerzas en las péndolas se realiza mediante el ajuste de su longitud. Dado que los cambios de longitud necesarios son pequeños, se considera que las fuerzas poseen una relación lineal entre la modificación de la longitud de la péndola y la fuerza en ella. Además se considera que existe una relación lineal entre la modificación de la longitud de una péndola y la variación de la fuerza en las demás péndolas.

Para conocer el comportamiento de todas las péndolas del puente se utiliza el modelo de cálculo existente y el caso de carga donde solo está presente el peso propio. Luego se aplica una carga de temperatura de $+1^{\circ}\text{C}$ a una sola péndola y se obtiene la fuerza en esta y las demás del puente.

Con esta matriz de influencia se puede calcular la nueva distribución de fuerzas en la red de péndolas al cambiar la longitud de una péndola.

Dado que la distribución de fuerzas reales está sujeta a influencias probabilistas (rigideces, tolerancias, imperfecciones, fricción, etc.) existen diferencias aleatorias con respecto a la distribución teórica. No será posible, entonces, obtener exactamente la distribución de fuerzas que teóricamente muestra el modelo de cálculo. El objetivo de la corrección de fuerza debe ser, que todas las fuerzas de péndola estén dentro de los umbrales. Además, para facilitar el proceso constructivo, se requiere determinar el mínimo número necesario de péndolas a ajustar.

En el Puente Manchuria, en el ajuste de péndolas a calcular, se privilegia el alargamiento ante el acortamiento, dado que tecnológicamente es más fácil de realizar.

Estos tres objetivos se han tomado como base para un algoritmo de optimización, con el que se determinaron los siguientes ajustes de longitud necesarios:

- Péndola 2 acortar en 4 mm
- Péndola 10 alargar en 8 mm
- Péndola 19 acortar en 3 mm
- Péndola 24 acortar en 3 mm
- Péndola 31 alargar en 3 mm
- Péndola 36 alargar en 3 mm

Cabe destacar, que las péndolas a ajustar, no todas coinciden con las péndolas que tenían fuerzas demasiado altas o bajas.

En la figura 9 se muestra la distribución de fuerzas en las péndolas una vez realizados los ajustes determinados. Como se puede desprender de la tabla, ya no existe péndola cuyo esfuerzo axial esté fuera del rango seguro.

6. Resumen y conclusiones

Puentes en arco tipo network tienen una red de péndolas con un grado de hiperestaticidad alto, igual al número de intersecciones entre las péndolas. La distribución de fuerzas de péndolas depende de su número total, distancias entre ellas y ángulo de inclinación de cada una. Pequeños cambios en esta disposición pueden provocar cambios significativos en las fuerzas de péndola. Igualmente sensible es la distribución de fuerzas a las influencias probabilistas encontradas en la práctica (rigideces, tolerancias, imperfecciones, fricción, etc.). Por lo anterior, resulta necesario medir las fuerzas de péndola durante la construcción de puentes en arco tipo network y ajustar la longitud de péndolas para lograr una distribución de fuerzas estructuralmente satisfactoria.

Esta tarea fue realizada en el Puente Manchuria, Chile 60,5 m de luz y con 22 péndolas de barras lisas redondas en cada arco. La medición de fuerzas se realizó a partir de las frecuencias de vibración propias en todas las péndolas y mediante bandas extensométricas en 14 del total de 44 péndolas.

	Fuerzas en péndola [kN]				
	Teórico	Medido	Límites		Comprobación
Mín			Máx		
Péndola 2	281,4	317,3	191,3	1236,5	OK
Péndola 3	287,8	226,4	10,5	1072,2	OK
Péndola 4	244,5	367,4	176,4	1201,9	OK
Péndola 5	269,3	220,3	32,5	1117,5	OK
Péndola 6	257,9	186,5	136,1	1196,5	OK
Péndola 7	269,7	314,4	38,6	1150,3	OK
Péndola 8	265,0	200,4	99,6	1188,3	OK
Péndola 9	264,7	231,2	52,2	1175,4	OK
Péndola 10	262,4	148,4	79,9	1191,3	OK
Péndola 11	265,8	216,3	65,3	1181,6	OK
Péndola 12	265,9	147,5	62,8	1177,7	OK
Péndola 13	262,2	263,4	81,7	1192,0	OK
Péndola 14	264,9	235,6	51,0	1174,2	OK
Péndola 15	264,6	262,5	102,2	1192,3	OK
Péndola 16	270,4	218,0	36,9	1146,6	OK
Péndola 17	257,3	163,9	137,4	1198,9	OK
Péndola 18	272,3	62,2	33,5	1120,8	OK
Péndola 19	244,5	191,7	176,6	1207,7	OK
Péndola 20	291,9	387,8	11,7	1081,9	OK
Péndola 21	263,4	219,6	169,8	1222,8	OK
Péndola 22					
Péndola 23					
Péndola 24	258,2	234,8	196,2	1264,6	OK
Péndola 25	264,7	226,3	14,1	1114,2	OK
Péndola 26	225,7	256,5	182,5	1235,6	OK
Péndola 27	247,6	220,3	38,2	1156,8	OK
Péndola 28	237,8	180,0	142,1	1230,9	OK
Péndola 29	248,6	358,5	44,9	1189,2	OK
Péndola 30	244,1	119,0	104,7	1224,3	OK
Péndola 31	244,1	100,0	58,6	1212,8	OK
Péndola 32	241,5	276,5	85,1	1227,6	OK
Péndola 33	245,0	190,5	71,0	1219,1	OK
Péndola 34	244,5	213,8	68,0	1214,9	OK
Péndola 35	241,9	279,0	87,5	1228,9	OK
Péndola 36	243,5	134,0	56,3	1210,4	OK
Péndola 37	244,4	225,0	108,2	1229,3	OK
Péndola 38	248,3	296,1	42,1	1184,2	OK
Péndola 39	238,1	211,6	144,7	1234,8	OK
Péndola 40	249,0	231,1	37,4	1158,1	OK
Péndola 41	227,2	191,6	184,1	1242,6	OK
Péndola 42	266,4	291,6	13,1	1121,9	OK
Péndola 43	244,5	219,6	179,0	1254,8	OK

Figura 9. Estado de las fuerzas de péndola después de haber realizado el ajuste de longitud.

Para la determinación del ajuste de longitud de las péndolas necesario, se usó una matriz de influencia que representa el cambio de fuerzas en todas las péndolas producto del cambio unitario de longitud en una sola péndola. Para analizar la matriz de influencia se usó un algoritmo de optimización bajo tres objetivos: 1. Que todas las fuerzas de péndola estén dentro del rango seguro, 2. Que se debe ajustar una mínima cantidad de péndolas y 3. Que se privilegia el alargamiento ante el acortamiento.

En base al trabajo realizado, se puede concluir lo siguiente:

1. La medición de fuerzas en las péndolas con bandas extensométricas es más precisa y más útil que la medición a partir de frecuencias de vibración.
2. Las bandas extensométricas permiten medir de forma continua y simultánea las fuerzas durante el proceso de puesta en marcha.
3. En un puente arco tipo network, las condiciones de contorno de las péndolas son muy diferentes entre sí, por lo que se deben aplicar distintas fórmulas de la teoría de la cuerda vibrante.
4. En las péndolas más cortas y en general cuando hay un bajo nivel de esfuerzo axial, la teoría de la cuerda vibrante no permite determinar la fuerza de péndola con suficiente exactitud.
5. No es posible obtener la distribución teórica de las fuerzas de péndola. Sin embargo, se requiere sólo muy pequeños ajustes de longitud, de algunas péndolas, para lograr una distribución, en la cual todas las fuerzas están dentro del rango seguro.

Agradecimientos

El trabajo presentado fue apoyado por la Inspectora Fiscal de la construcción del Puente Manchuria, Sra. Myriam Navarro Cifuentes y el Ingeniero Residente de la obra, Sr. Fernando Valdés Moyano.

Referencias

- [1] F. Schanack, B. Brunn, Generation of network arch hanger arrangements, *Stahlbau*. 78 (2009) 477 – 483
- [2] AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges, 17th edition, 2002.

[3] Dirección de Vialidad, Manual de Carreteras, Ministerio de Obras Públicas, Chile, 2018.