

# Análisis del comportamiento mecánico residual a flexión y a compresión del hormigón reforzado con fibras de acero mediante la metodología de las Superficies de Respuesta

## *Flexural and compressive residual mechanical behavior analysis of steel fiber reinforced concrete using the Response Surface Methodology*

Gonzalo Ruiz<sup>a</sup>, Ángel de la Rosa<sup>b</sup> y Elisa Poveda<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Catedrático de Universidad, ETS de Ingenieros de Caminos, C. y P., Universidad de Castilla-LaMancha, Ciudad Real.

<sup>b</sup> Ingeniero de Caminos C. y P., ETS de Ingenieros de Caminos, C. y P., Universidad de Castilla-LaMancha, Ciudad Real.

<sup>c</sup> Profesora Contratada Doctora, ETS de Ingenieros de C. y P., Universidad de Castilla-LaMancha, Ciudad Real.

### RESUMEN

El Anejo L del borrador del nuevo Eurocódigo 2 establece clases resistentes del hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) en función de los valores de las resistencias residuales a flexión. Este trabajo aborda la relación entre dichas clases y el comportamiento a compresión del material, relacionando cada clase con la resistencia a compresión y con su valor residual, definido como la compresión que soporta el HRFA cuando la deformación triplica la deformación en carga máxima. El estudio usa la Metodología de las Superficies de Respuesta para analizar dos bases de datos experimentales, a compresión y a flexión, para determinar la influencia del tipo y cuantía de fibra en las resistencias residuales y finalmente incluir las propiedades a compresión en el Anejo L.

### ABSTRACT

Annex L of the draft of the new Eurocode 2 establishes resistant classes of steel fiber reinforced concrete (SFRC) based on the values of residual flexural strengths. This work addresses the relationship between these classes and the compression behavior of the material, relating each class to the compressive strength and its residual value, defined as the stress that the SFRC supports when the strain triples the strain at peak load. The study uses the Response Surface Methodology to analyze two experimental databases, one of compression tests and the other of flexural tests, to determine the influence of the type and amount of fiber on the residual resistances and eventually propose the inclusion of compressive properties within the classification of the Annex L.

**PALABRAS CLAVE:** Resistencia residual compresión y flexión, HRFA, Superficies de Respuesta.

**KEYWORDS:** Compressive and flexural residual strength, SFRC, Response Surface Methodology.

## 1. Introducción

Uno de los principales efectos que tiene el refuerzo con fibras de acero en el hormigón es el aumento de la resistencia residual a flexotracción

una vez que la matriz ha fisurado, lo que supone un incremento de su tenacidad [1, 2]. El empleo del hormigón reforzado con fibras de

acero (HRFA) es apropiado en elementos como pavimentos industriales [3], revestimiento de túneles [4], tuberías [5], etc., estructuras en las que es necesario un control de la fisuración [6]. Debido a sus propiedades y a un uso cada vez mayor en la industria de la construcción, la inclusión del HRFA en los códigos de diseño estructural ha sido considerada en los últimos años [7, 8, 9]. Pero estos documentos únicamente tienen en cuenta la mejora del comportamiento en la zona traccionada sin considerar la capacidad de absorción de energía que aporta la zona comprimida [10, 11]. Así, resulta conveniente integrar la resistencia residual a compresión que lleva asociada cada una de las clases resistentes a flexotracción del HRFA en la definición propuesta en el Anejo L del próximo borrador del Eurocódigo 2 (EC2) [9].

Para este estudio se han elaborado dos bases de datos con resultados experimentales de hormigones reforzados con fibras de extremos conformados y un solo doblez. La primera cuenta con 197 ensayos de resistencia a compresión uniaxial (probetas cilíndricas de dimensiones 150 x 300 mm<sup>2</sup>, diámetro x altura) y la otra con 484 ensayos de flexión en tres puntos (probetas prismáticas con entalla central y dimensiones 150 x 150 x 550 mm<sup>3</sup>, altura x anchura x longitud). Aplicando la metodología de las Superficies de Respuesta [12] y siguiendo el modelo de comportamiento a compresión para HRFA propuesto por Ruiz *et al.* [13] se han determinado los valores de resistencia residual a compresión,  $\sigma_R$ , asociados a cada clase resistente establecidas en el EC2 [9]. A continuación se resume el trabajo publicado recientemente en [14].

## 2. Materiales y métodos

### 2.1 Metodología de las Superficies de Respuesta

La metodología de las Superficies de Respuesta consiste en un conjunto de técnicas estadístico-matemáticas por medio de las cuales es posible establecer modelos de ajuste de datos y deter-

minar las relaciones entre las variables definidas en un problema [15]. El análisis de la varianza de los datos (ANOVA) diagnostica si los factores, o variables independientes, tienen significancia estadística en la variabilidad de la respuesta, o variable dependiente. Ésta se puede especificar mediante un polinomio de ajuste de los datos experimentales. El análisis de las respuestas se ha llevado a cabo a través de dos modelos polinómicos, de primer y segundo grado. En esta investigación se ha elegido un polinomio de grado uno según la Ec. (1):

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \xi \quad (1)$$

donde:

Y: variable dependiente o respuesta

$\beta_0$ : coeficiente con valor constante

$\beta_i$ : coeficientes de ajuste lineal

$X_i$ : variables independientes o factores

$\xi$ : error observado en la respuesta

n: número de factores que intervienen

Se ha seleccionado el modelo de primer grado por ser más apropiado que el de grado superior ya que proporciona valores correctos dentro del dominio investigado y no presenta multicolinealidad. La multicolinealidad es la correlación mutua entre variables del modelo, fenómeno indeseable ya que puede producir estimaciones incorrectas de los coeficientes así como de la significancia estadística de los factores. La existencia de multicolinealidad se comprueba mediante el estadístico llamado Factor de Inflación de la Varianza (FIV), el cual se ha fijado que debe ser inferior a cinco para evitar dicho fenómeno. Se ha utilizado el programa de análisis estadístico Minitab [16] para llevar a cabo el procedimiento.

### 2.2 Resistencia residual a compresión. Modelo de compresión para HRFA

Ruiz *et al.* [13] han desarrollado un modelo sencillo en formato tecnológico que explica el comportamiento completo a compresión del

HRFA, por medio del cual se calcula  $\sigma_R$  (definida como el valor de tensión residual resistida cuando la deformación es tres veces la calculada bajo carga máxima). El modelo (Fig. 1) tiene dos tramos: la primera curva parte del origen de coordenadas en la gráfica tensión-deformación,  $\sigma$ - $\varepsilon$  (definidas de manera adimensional como se explica en la Fig. 1) y llega hasta la tensión máxima. Este tramo es análogo al definido en el EC2 para hormigón en masa [9]. La segunda curva es una parábola invertida de eje vertical definida por la Ec. 2, que desde el valor de tensión máxima llega a interceptar el eje de abscisas. Esta parábola se ha calculado de manera que el consumo de energía en la zona posterior al pico de tensión (post-fisuración) sea igual al valor de dicha energía medida a partir de los resultados experimentales de la base de datos de ensayos a compresión en los que se ha podido obtener dicha energía.

$$\sigma^* = 1 - \frac{1}{4}(1 - \sigma_R^*)(\varepsilon^* - 1)^2 \quad (2)$$

$\sigma^*$ : tensión adimensional ( $= \sigma / f_{cf}$ )

$\varepsilon^*$ : deformación adimensional ( $= \varepsilon / \varepsilon_{cf}$ )

$\sigma_R^*$ : resistencia residual a compresión adimensional asociada a  $\varepsilon^* = 3$  ( $= \sigma_R / f_{cf}$ ;  $\sigma_R$  es la resistencia residual a compresión para un valor de deformación igual a tres veces la deformación bajo tensión máxima,  $\varepsilon_{cf}$ )

$f_{cf}$ : resistencia a compresión del HRFA medida en probeta cilíndrica de dimensiones 150 x 300 mm<sup>2</sup> (diámetro x altura)

La Ec. (2) corresponde a un tramo de ablandamiento pues tiene en cuenta siempre valores de  $\sigma_R^*$  inferiores a la unidad. Como la mayor parte de las curvas de comportamiento a compresión incluidas en la base de datos pueden absorber más energía que el límite establecido en  $\varepsilon^* = 3$ , el modelo está siempre del lado de la seguridad.

### 3. Resultados y discusión

Con los resultados de la base de datos de flexotracción y aplicando la metodología de las Superficies de Respuesta se han analizado las relaciones existentes entre un conjunto de variables que intervienen en el comportamiento a flexotracción del HRFA, a saber:

- Respuestas (en valores característicos): resistencia a flexotracción en el límite de proporcionalidad,  $f_{L,k}$ , resistencia residual a flexotracción para distintos valores de apertura de la boca de la fisura, CMOD ( $f_{R1,k}$ , CMOD = 0.5 mm y  $f_{R3,k}$ , CMOD = 2.5 mm).
- Factores: resistencia a compresión en probeta cúbica de 150 mm de lado,  $f_{cuf}$ , fracción en volumen de fibra,  $\phi_f$ , longitud de fibra,  $\ell_f$  (establecida de forma adimensional como  $\ell_f^* = \ell_f / \ell_0$ , con  $\ell_0 = 30$  mm como valor medio de longitud de fibra en la base de datos) y esbeltez de la fibra,  $\lambda$  ( $\lambda = \ell_f / d_f$ , donde  $d_f$  es el diámetro de la fibra).

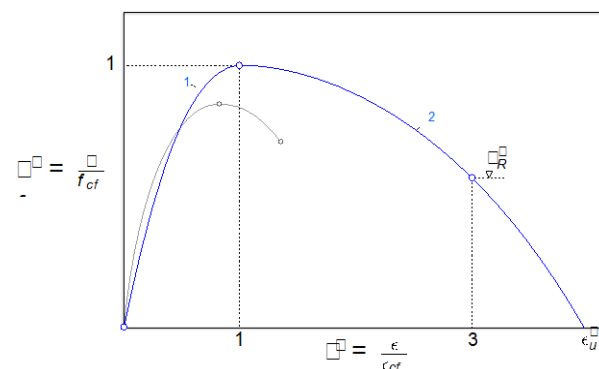


Figura 1. Modelo de comportamiento a compresión para HRFA [14]

En primer lugar se estudia la significancia estadística de los factores para cada una de las respuestas mediante los diagramas de Pareto (Fig. 2, 3 y 4). Se observa que para las tres respuestas  $f_{cuf}$  y  $\phi_f$  son factores estadísticamente significativos. Además,  $\lambda$  tiene significancia estadística en  $f_{R1,k}$ , y  $\ell_f^*$  también la tiene para  $f_{R3,k}$ . Este resultado evidencia la importancia que tienen los factores geométricos de la fibra  $\lambda$  y  $\ell_f^*$  al aumentar la apertura de la fisura, así como  $f_{cuf}$  y  $\phi_f$ . En las Fig. 2, 3 y 4 también se muestran las superficies de ajuste de  $f_{L,k}$ ,  $f_{R1,k}$  y

$f_{R3,k}$  respecto de los principales factores estadísticamente significativos,  $f_{cu,f}$  y  $\phi_f$ .

En este punto es preciso derivar un factor de conversión cubo/cilindro ya que la resistencia a compresión en la base de datos de flexión se ha hecho sobre probetas cúbicas de 150 mm de lado y los resultados de la base de datos a compresión corresponden a probetas cilíndricas estándar de 150 x 300 mm<sup>2</sup> (diámetro x altura). A partir de la investigación de del Viso *et al.* [17] se ha determinado dicho factor de conversión entre resistencias a compresión cubo/cilindro basado en la ley de efecto tamaño de Bažant [18]. Esto posibilita la transformación de la resistencia a compresión de cubos de cualquier tamaño en la resistencia a compresión del cilindro estándar.

Por medio de la definición de  $\sigma_R$  ( $\sigma_R^* = \sigma_R / f_{cf}$ ) y utilizando el método de las Superficies de Respuesta con la base de datos de ensayos a compresión se llega a la Ec. (3):

$$\sigma_R^* = -0.089 + 21.27\phi_f + 0.00407\lambda \quad (3)$$

Seguidamente, aplicando la Ec. (3) a la base de datos con ensayos a flexotracción se calculan los valores de  $\sigma_R^*$  y  $\sigma_R$  para cada ensayo. Por último, siguiendo otra vez el procedimiento, se determinan los valores de  $\bar{\sigma}_R^*$  y  $\bar{\sigma}_R$  asociados a los factores  $f_{R1,k}$  y  $f_{R3,k} / f_{R1,k}$ , que son los incluidos en el EC2 para establecer la clasificación de las clases resistentes del HRFA. Para finalizar, el resultado de este procedimiento se refleja en la Tabla 1, a partir la cual es posible describir completamente la resistencia a flexotracción de cualquier HRFA en términos de resistencias residuales. Por medio de dicha Tabla 1 es posible caracterizar el comportamiento a flexotracción del HRFA y puede ser utilizada, además, para el análisis y diseño de elementos estructurales, lo cual supone una importante novedad y mejora desde el punto de vista tecnológico.

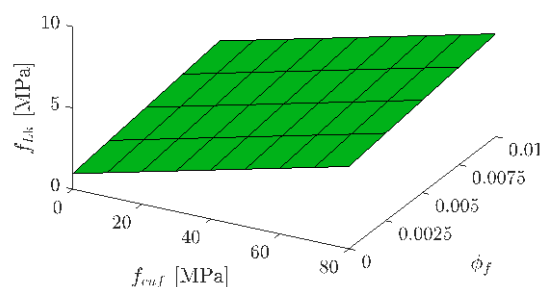
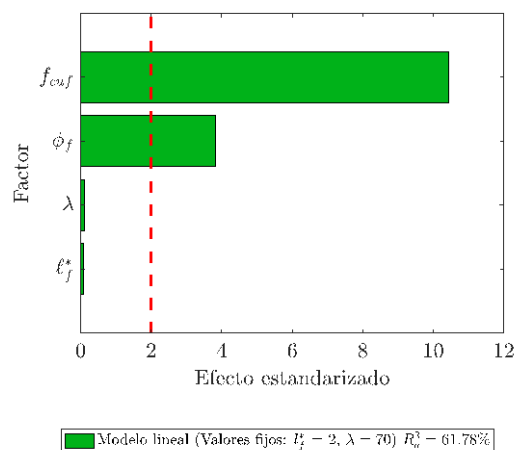


Figura 2. Diagrama de Pareto (arriba) y superficie de respuesta (abajo) para  $f_{R1,k}$

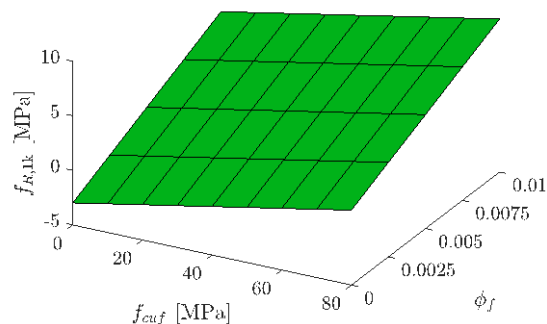
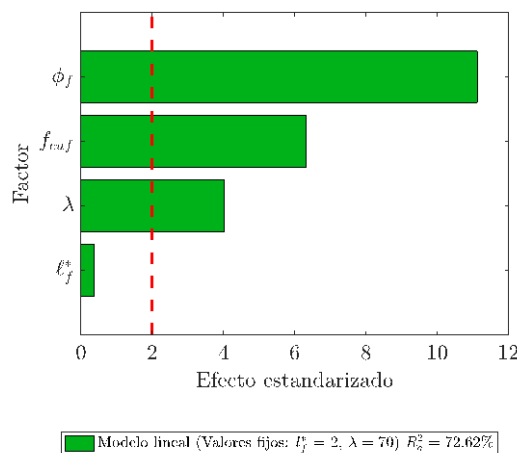


Figura 3. Diagrama de Pareto (arriba) y superficie de respuesta (abajo) para  $f_{R3,k}$

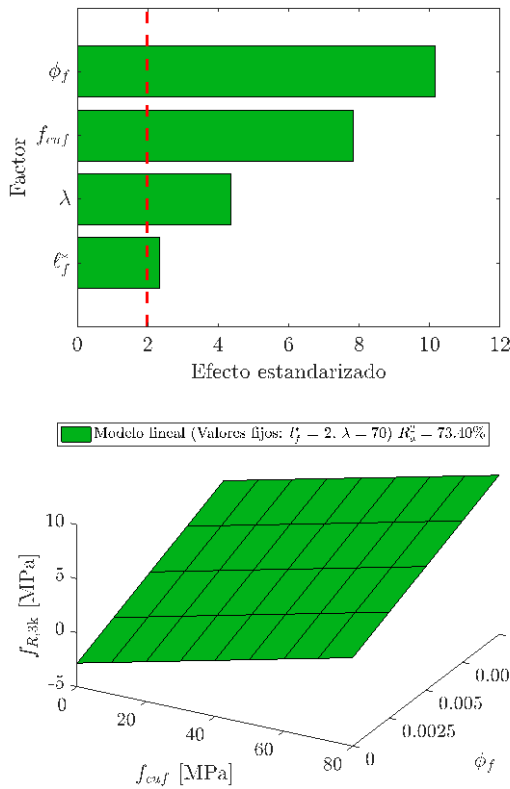


Figura 4. Diagrama de Pareto (arriba) y superficie de respuesta (abajo) para  $f_{R,3k}$

#### 4. Conclusiones

Por medio de la metodología de las Superficies de Respuesta se han analizado las relaciones entre resistencias residuales a flexotracción para diferentes aperturas de fisura ( $f_{R1,k}$ , CMOD = 0.5 mm y  $f_{R3,k}$ , CMOD = 2.5 mm) y la resisten-

cia residual a compresión,  $\sigma_R$  (definida como la tensión soportada cuando la deformación es tres veces la obtenida bajo carga máxima a compresión) para el HRFA. Así es posible definir completamente la respuesta a flexotracción del material. Se han creado dos bases de datos, una con resultados de ensayos a compresión y otra con resultados de ensayos flexotracción, a las que se han aplicado este método a fin de identificar los factores que son estadísticamente significativos. Se han utilizado modelos de ajuste lineal para describir las diferentes respuestas.

A la luz de los resultados, tanto  $f_{cu,f}$  como  $\phi_f$  tienen significancia estadística para  $f_{L,k}$ ,  $f_{R1,k}$  y  $f_{R3,k}$ ; la esbeltez,  $\lambda$ , tiene significancia estadística también en  $f_{R1,k}$  y  $f_{R3,k}$  y  $\epsilon_f^*$  además lo es para  $f_{R3,k}$ , dando idea de la importancia de la geometría de la fibra conforme se abre la fisura. A partir del modelo de comportamiento a compresión de Ruiz *et al.* [13] y la obtención de un factor de conversión entre resistencias cubo/cilindro basado en ley de efecto tamaño de Bazant [17, 18] se calculan los valores de  $\sigma_R$  en la base de datos de flexotracción. Aplicando de nuevo el método se comprueba que existe relación con significancia estadística entre  $\sigma_R$ ,  $f_{R1,k}$  y  $f_{R3,k} / f_{R1,k}$ , de modo que se propone la inclusión del parámetro  $\sigma_R$  para la definición del comportamiento a flexotracción del HRFA en el Eurocódigo 2.

Tabla 1. Clases del HRFA según sus resistencias residuales a flexotracción y a compresión (en MPa).

Clase	$f_{R,1k}$									
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0	10.0
a: $f_{R,3k}$	0.5	0.8	1.0	1.3	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
$f_{cf} / \sigma_R$	22/4	25/5	28/6	30/7	32/8	36/10	40/11	43/13	47/17	51/20
b: $f_{R,3k}$	0.7	1.1	1.4	1.8	2.1	2.8	3.5	4.2	5.6	7.0
$f_{cf} / \sigma_R$	31/6	33/7	36/8	38/9	40/10	43/11	46/13	48/15	53/19	56/22
c: $f_{R,3k}$	0.9	1.4	1.8	2.3	2.7	3.6	4.5	5.4	7.2	9.0
$f_{cf} / \sigma_R$	40/8	42/9	44/10	45/11	47/11	50/13	52/15	54/17	58/20	60/24
d: $f_{R,3k}$	1.1	1.7	2.2	2.8	3.3	4.4	5.5	6.6	8.8	11.0
$f_{cf} / \sigma_R$	48/10	50/11	52/11	53/12	54/13	56/15	58/17	60/19	63/22	65/26
e: $f_{R,3k}$	1.3	2.0	2.6	3.3	3.9	5.2	6.5	7.8	10.4	13.0
$f_{cf} / \sigma_R$	57/11	59/12	60/13	61/14	62/15	63/17	65/19	66/20	68/24	69/28

### *Agradecimientos*

Los autores desean agradecer la financiación recibida por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades a través del proyecto BIA2015-68678-C2-1-R. Ángel de la Rosa agradece la ayuda económica recibida por medio de la beca FPI BES-2016-077458.

### *Referencias*

- [1] G. Tiberti, F. Germano, A. Mudadu and G. A. Plizzari, An overview of the flexural post-cracking behavior of steel fiber reinforced concrete. *Structural Concrete* (2017) 1-24.
- [2] M. Di Prisco, G. Plizzari and L. Vandewalle. Fibre reinforced concrete: new design perspectives. *Materials and Structures* (2009) 42(9):1261–1281.
- [3] A. Meda and G. Plizzari. A new design approach for SFRC slabs on grade based on fracture mechanics. *ACI Structural Journal* (2004) 101(3):298–303.
- [4] R. Gettu, B. Barragán, T. García, J. Ortiz and R. Justa. Fiber concrete tunnel lining. *Concrete International* (2006) 28(8):63–69.
- [5] A. de la Fuente, R.C. Escariz, A.D. de Figueredo, C. Molins and A. Aguado. A new design method for steel fibre reinforced concrete pipes. *Construction and Building Materials* (2012) 30:547–555.
- [6] J.R. Deluce and F.J. Vecchio. Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement. *ACI Structural Journal* (2013) 110(3):481–490.
- [7] Comisión Permanente del Hormigón, Instrucción de Hormigón Estructural EHE-2008, Ministerio de Fomento, Madrid, 2008.
- [8] fib Bulletin 65/66. Model Code 2010–Final Draft. International Federation for Structural Concrete (fib). Lausanne, Switzerland, 2012.
- [9] Eurocode 2: Design of Concrete Structures. European Committee for Standardization–CEN, 2004.
- [10] S.P. Shah, P. Stroeven, D. Dalhuisen and P. Van Stekelenburg. Complete stress-strain curves for steel fibre reinforced concrete in uniaxial tension and compression. Testing and test methods of fibre cement composites (1978):399–408.
- [11] J.A.O. Barros and J.A. Figueiras. Flexural behavior of SFRC: testing and modeling. *Journal of Materials in Civil Engineering* (1999)11(4):331–339.
- [12] G.E.P. Box and K.G. Wilson. On the experimental attainment of optimum conditions. *Journal of the Royal Statistical Society, B* (1951) 13:1–45.
- [13] G. Ruiz, Á. de la Rosa and E. Poveda. Model for the compressive stress-strain relationship of steel fiber-reinforced concrete for non-linear structural analysis. *Hormigón y Acero* (2019) 69 S1:75–80.
- [14] G. Ruiz, Á. de la Rosa and E. Poveda. Relationship between residual flexural strength and compression strength in steel-fiber reinforced concrete within the new Eurocode 2 regulatory framework. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* (2019) 103:102310.
- [15] D.C. Montgomery. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons. New York, 8th Ed. 2014.
- [16] Minitab 18 Statistical Software. [www.minitab.com](http://www.minitab.com), 2018.
- [17] J.R. del Viso, J.R. Carmona and G. Ruiz. Shape and size effects on the compressive strength of high-strength concrete. *Cement and Concrete Research* (2008) 38:386–395.
- [18] Z.P. Bažant. Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. *Journal of Engineering Mechanics ASCE* (1984) 110:518–535.