

Modelado de vigas armadas de hormigón de muy alto rendimiento

*Modelling of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete Beams***

Eduardo J. Mezquida-Alcaraz^a, Juan Navarro-Gregori^b y Pedro Serna Ros^c

^a Estudiante de Doctorado, Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Universitat Politècnica de València (UPV)

^b Prof. Dr., Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Universitat Politècnica de València (UPV)

^c Cat. Dr., Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH), Universitat Politècnica de València (UPV)

RESUMEN

En nuestro grupo de investigación se ha desarrollado un método simplificado: 4P-IA para la obtención de los parámetros constitutivos a tracción del hormigón de muy alto rendimiento (HMAR) a partir del ensayo de flexión a cuatro puntos. Tras la validación numérica del método mediante el desarrollo de un modelo de elementos finitos (FEM), se ha modelado con dicho FEM la campaña experimental de vigas de diferente longitud teniendo en cuenta dos tipos de hipótesis: hipótesis de fisuración difusa e hipótesis de fisuración discreta. Tras la simulación llevada a cabo por el FEM se observa que, para ambas hipótesis, se obtienen resultados muy fiables a niveles de carga tanto en servicio como en rotura.

ABSTRACT

In our research group a simplified method (4P-IA) to obtain the tensile constitutive parameters of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete (UHPFRC) from a four point bending test has been developed. From the numerical validation of this method, experimental campaigns of UHPFRC with reinforcement beams of different sizes have been done and, from them, a finite element modelling (FEM) of the beams has been developed taking into account two hypotheses: smeared and discrete fracture approaches. After the FEM simulation very accurate and reliable results have been obtained at service and ultimate load levels for both hypotheses of the model.

PALABRAS CLAVE: hormigón, vigas, alto rendimiento, elementos finitos, modelo, experimental.

KEYWORDS: concrete, beams, high performance, finite elements, model, experimental test.

1. Introducción y objetivos

El hormigón de muy alto rendimiento (HMAR) es un tipo de hormigón que se caracteriza por una gran resistencia a compresión (más de 120MPa) y a tracción (más de 7MPa). Este tipo de hormigón suele dar lugar a un comportamiento constitutivo tensión-deformación tipo strain-hardening

(endurecimiento por deformación), acompañado por una fase de microfisuración previa a la rotura (o aparición de la macrofisura) y una relativamente alta capacidad de absorción de energía [1]. El comportamiento de endurecimiento por deformación va a depender, en este caso, de la cantidad y del tipo de fibras,

de la resistencia de la matriz, de la adherencia entre la matriz y las fibras, del tamaño del elemento y de su geometría, del sistema de vertido, etc.

La caracterización a tracción del HMAR es un tema que aún continúa siendo un reto para los investigadores. Por su simplicidad, el ensayo a flexión a cuatro puntos se constituye como uno de los ensayos más comunes para realizar dicha caracterización. No obstante, para la obtención de los parámetros constitutivos a tracción con este tipo de ensayos, es necesario el empleo de metodologías de análisis inverso. En la actualidad, se pueden encontrar diferentes métodos de análisis inverso para la obtención de las características a tracción del HMAR [2–9].

Para determinar la validez y precisión de los métodos de análisis inverso, resulta de gran importancia el desarrollo de modelos numéricos. En nuestro grupo de investigación se ha desarrollado un método simplificado de análisis inverso para la obtención de las propiedades de tracción del HMAR que presenta endurecimiento por deformación a partir de la curva carga deflexión obtenida del ensayo a flexión a cuatro puntos [4]. A partir de aquí, se ha llevado a cabo el desarrollo de un modelo numérico mediante elementos finitos con el que se valida la aplicabilidad del método simplificado para hormigones con endurecimiento por deformación [10,11] y, además, se resuelve su posible adaptación y aplicación a HMAR que presente strain-softening (ablandamiento por deformación) [12].

Con el desarrollo del método simplificado y del modelo numérico para la caracterización del HMAR, el objetivo que se plantea en esta investigación, es su aplicación progresiva a nivel estructural en vistas a abarcar el campo del diseño y análisis de estructuras de HMAR. Por tanto, este documento constituye una primera extrapolación del modelo numérico de elementos finitos desarrollado en [10–12] a elementos estructurales como son las vigas armadas. Primero se ha desarrollado una

campana experimental y el modelado de vigas armadas cortas que podrían ser consideradas como regiones D. A continuación se presenta una nueva campana experimental y el consecuente modelado de vigas armadas de mayor entidad que ya podrían ser consideradas como regiones B.

2. Vigas cortas

2.1 Programa experimental

Para probar el FEM desarrollado y la aplicabilidad del proceso de análisis inverso en piezas armadas se llevó a cabo una campana experimental de vigas cortas cercanas a la región D (ver Figura 1). Éste constituye un primer paso hacia la aplicación del modelo a nivel estructural.

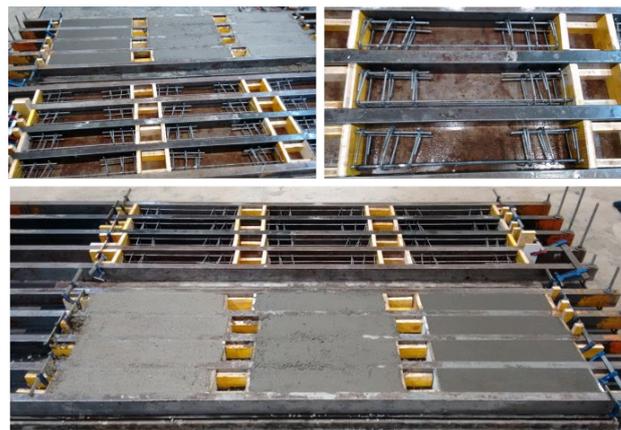


Figura 1. Campana experimental de vigas cortas

Las piezas se han fabricado usando diferentes dosificaciones de HMAR con un tamaño máximo de árido de 0.8mm, variando la cantidad de fibras de acero entre 130 y 160kg/m³. Las dimensiones son de 750x150x100mm. Tal y como se puede apreciar en la Figura 2, como armadura se han colocado dos barras longitudinales en la parte inferior de diámetro 8mm y, para evitar la rotura por cortante, seis cercos simétricos de diámetro 6mm.

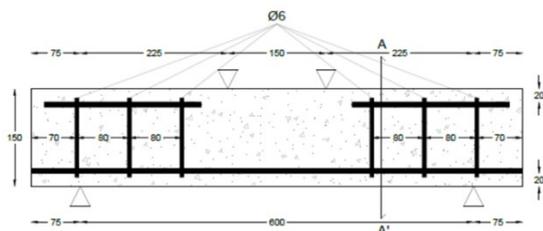


Figura 2. Dimensiones y armado de las vigas cortas (en mm).

Se han ensayado a flexión a cuatro puntos un total de 40 vigas. Los puntos de carga están situados a 225mm de los apoyos, quedando una separación entre ellos de 150mm, tal y como se puede observar en la Figura 2. La luz entre apoyos es de 600mm. En la parte trasera se ha colocado un transductor de desplazamiento para obtener la curva carga-deflexión a centro luz. La Figura 3 muestra la disposición del ensayo a cuatro puntos para estas vigas y en la Figura 4 se muestra la curva obtenida como resultado de las medidas del transductor (tensión-deflexión).

Las características mecánicas del HMAR usado en cada amasada se han obtenido a partir de probetas cúbicas de 100mm ensayadas a compresión y de probetas de 100x100x500mm para el ensayo a flexo-tracción a cuatro puntos fabricadas junto con las vigas.



Figura 3 Disposición del ensayo a cuatro puntos

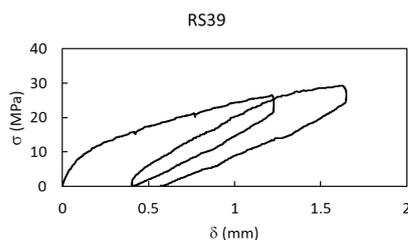


Figura 4 Curva tensión-deflexión a centro luz para la probeta RS39

2.2 Modelado del ensayo a cuatro puntos para las vigas cortas.

2.2.1. Caracterización del material en el FEM

Para la caracterización del material tanto a compresión como a tracción en el modelo, se han tenido en cuenta los datos procedentes de los ensayos experimentales. La resistencia a compresión se ha extraído de las probetas cúbicas de 100mm y, para la tracción, se han usado las probetas prismáticas de 500x100x100mm, ensayadas a flexo-tracción a cuatro puntos a partir de las cuales se han obtenido los parámetros constitutivos que definen el comportamiento a tracción a través de la aplicación del 4P-IA (ver Figura 5).



Figura 5 Ensayo a compresión (izq.) y a flexión a cuatro puntos (der.).

2.2.2. Desarrollo del 2D FEM

El modelo de elementos finitos se ha llevado a cabo utilizando el software DIANA FEA [13]. La geometría que se ha implementado en el modelo es la que se ha descrito en la Figura 2: dimensiones de 750x150x100mm con dos barras de armado longitudinal $\phi 8$ mm situadas en la parte inferior y seis cercos de cortante $\phi 6$ mm situados a los flancos, quedando la zona central expuesta sin armadura transversal.

Para el modelo constitutivo a tracción, se han utilizado las mismas aproximaciones tanto difusa como discreta que en [11], es decir, un modelo 2D tipo “total strain crack model” a través de una curva constitutiva tensión-abertura de fisura según the Fédération Internationale du Béton/International Federation for Structural Concrete (fib) working groups y, además, para el modelo discreto, una función multi-lineal que relaciona los desplazamientos relativos normales

al elemento interfaz con las tensiones de tracción normales al mismo. El armado ha sido modelado usando el modelo elasto-plástico con endurecimiento por deformación de Von Mises con una función de adherencia.

Para el mallado de las vigas cortas se han utilizado elementos cuadrilátero 2D tensión plana de 10mm y, además, para el caso discreto se ha utilizado elementos interfaz 2D tipo línea colocados en la sección central de la viga. A través de estos elementos interfaz, es posible modelar el comportamiento discreto en la sección de centro-luz, tal y como se muestra en la Figura 6.

El análisis se ha llevado a cabo a través de un análisis no lineal incremental-iterativo.

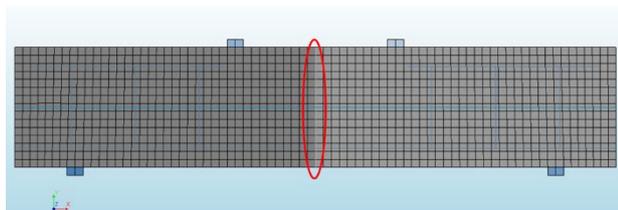


Figura 6 Mallado de las vigas

2.2.3. Desarrollo del 3D FEM

En la misma línea y para comprobar cómo funciona el modelo a un nivel que reproduce mejor la realidad, se ha llevado a cabo un modelado 3D de las vigas cortas a través del software DIANA FEA [13].

La geometría que se ha implementado es la definida en la Figura 2.

Para la definición del modelo constitutivo a tracción se han utilizado las mismas hipótesis difusa y discreta y un modelo 3D tipo “total strain crack model”, tal y como se ha desarrollado con el 2D.

Para el mallado se han utilizado elementos 3D sólidos isoparamétricos de 10mm de tamaño y, además, para el caso discreto, se han utilizado elementos interfaz 3D tipo superficie colocados en la sección de centro-luz de la viga. La Figura 7 muestra el mallado utilizado para el modelo 3D. El armado ha sido modelado de forma

discreta con elementos tipo barra con comportamiento de adherencia.

Al igual que con el modelo 2D, se ha utilizado análisis no lineal incremental-iterativo.

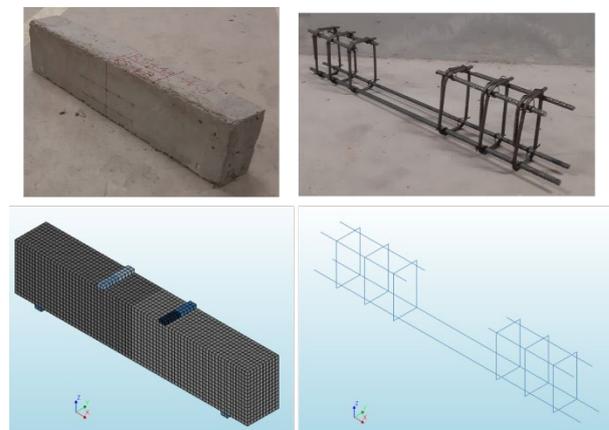


Figura 7 Mallado para el modelo 3D

2.3 Resultados

Las figuras: Figura 8, Figura 9 y Figura 10 muestran los resultados para diferentes pasos de carga para la aproximación discreta del modelo numérico 2D (2D-FEM).

En la Figura 8 se puede distinguir claramente la aparición de la fisura forzada en la sección de centro-luz de la viga según el modelo de fisura discreta y la influencia del armado a modo de costura a la altura donde va situado.

En la Figura 9 se pueden observar las tensiones en dirección x de las armaduras. Conforme el hormigón va alcanzando su estado tensional último y, consecuentemente, la fisura discreta se va desarrollando, la tensión de tracción se va transmitiendo a la armadura longitudinal situada en la cara inferior de la pieza. En esta misma figura se puede observar como las tensiones en la armadura van aumentando progresivamente hasta llegar a la plastificación.

En la Figura 10 se representan las tracciones en el elemento fisura situado en la sección de centro-luz. En esta figura se puede observar como la fisura va progresando conforme el hormigón alcanza su tensión de tracción última a lo largo de la profundidad de la sección y, al igual que con las dos figuras

anteriores, se puede distinguir el efecto de las barras de armado a la altura de su posición.

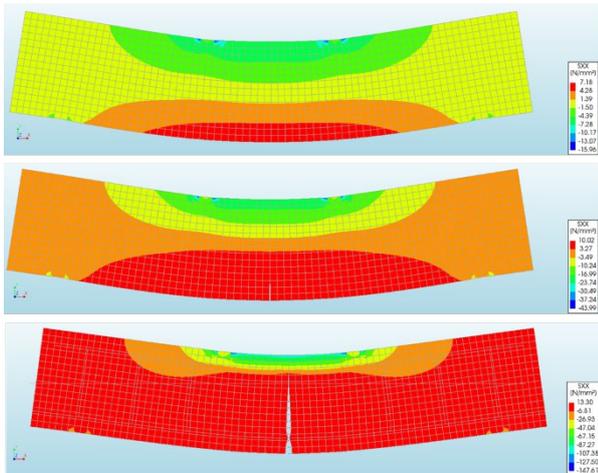


Figura 8 Tensiones en dirección x para 2D-FEM

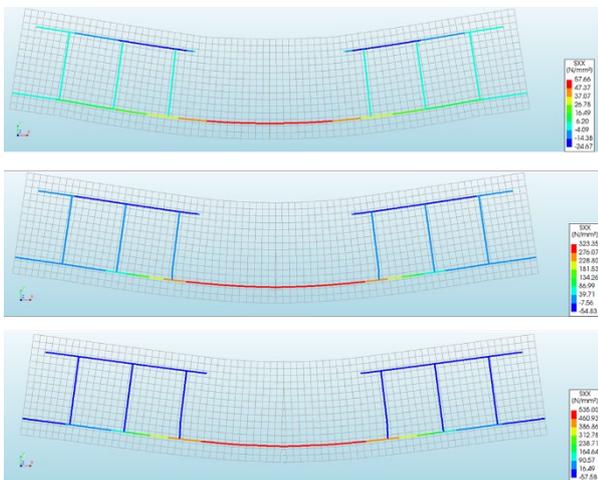


Figura 9 Tensiones en el armado en dirección x para 2D-FEM

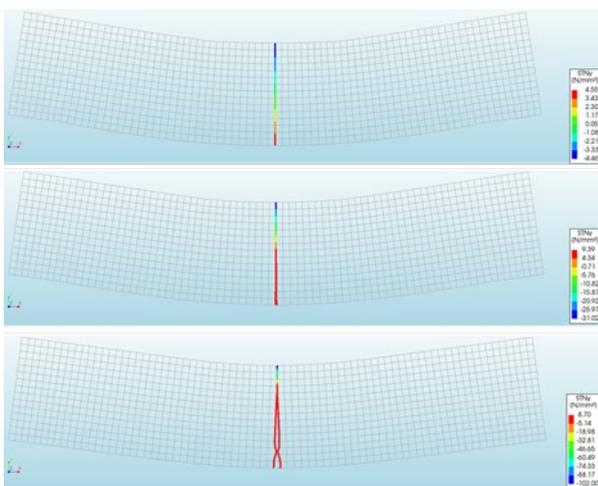


Figura 10 Tensiones en dirección x en el elemento interfaz para 2D-FEM

La Figura 11 muestra la curva experimental tensión-deflexión a centro-luz para

dos vigas (RS38 y RS39) de la misma amasada. Además, si se compara con las dos curvas numéricas procedentes de la aplicación del FEM con la hipótesis difusa y con la hipótesis discreta, se puede observar como el modelo numérico se ajusta de manera precisa al resultado experimental. La fase elástica y la fase de microfisuración se ajustan de forma precisa. También se puede observar como el modelo difuso y el modelo discreto ofrecen una respuesta bastante similar entre ellos. Esto puede ser debido a la presencia de la armadura.

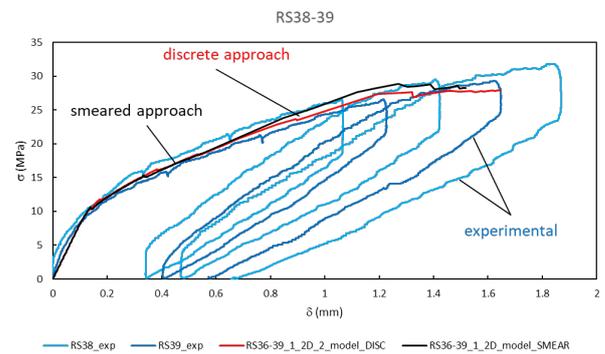


Figura 11 Curva tensión-deflexión a centro luz para 2D-FEM

Si ahora se representan los resultados de la aplicación del modelo numérico en 3D (3D-FEM), se observa en las figuras: Figura 12 y Figura 13 la misma tendencia de los resultados que en el 2D-FEM para las mismas vigas (RS38 y RS39). Esto es, las curvas numéricas tensión-deflexión a centro luz obtenidas tras la aplicación del 3D-FEM utilizando las dos hipótesis: difusa y discreta, se ajustan con precisión a la respuesta experimental (Figura 13).

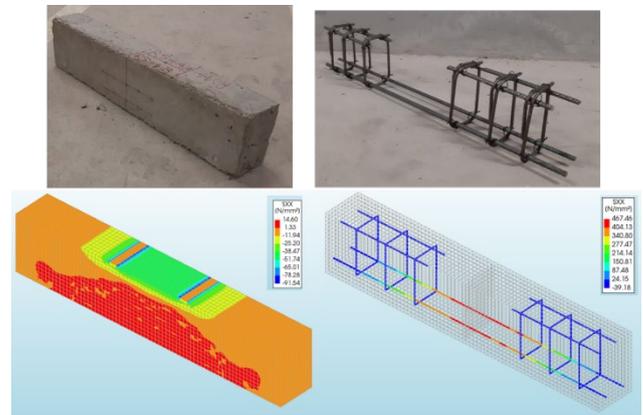


Figura 12 Tensiones en el hormigón y en el armado en dirección x para 3D-FEM.

Tal y conforme ocurre con la respuesta del 2D-FEM, en el caso del 3D-FEM se puede observar como la presencia del armado genera una notoria influencia en el comportamiento mecánico de las piezas y conducen a una respuesta muy similar entre la aproximación difusa y la discreta en el modelo.

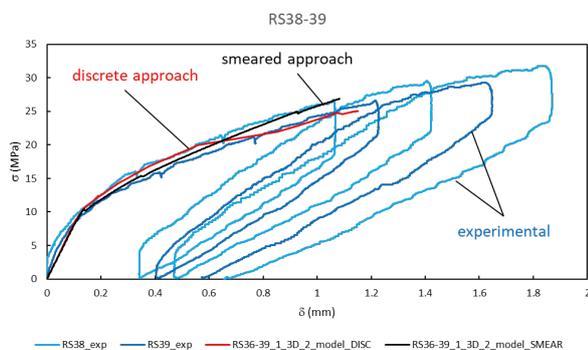


Figura 13 Curva tensión-deflexión a centro luz para 3D-FEM

3. Vigas de mayor longitud

Tras el estudio y análisis de las vigas cortas, con el objetivo de avanzar hacia la aplicabilidad y análisis estructural del HMAR, se ha decidido dar un paso más con la fabricación y modelado de vigas de HMAR de mayor escala.

3.1 Programa experimental

Para probar el FEM desarrollado y la aplicabilidad del proceso de análisis inverso en piezas armadas de mayor entidad se ha llevado a cabo una campaña experimental de vigas consideradas como región B (ver Figura 14). Éste constituiría el siguiente paso hacia la aplicación del modelo a nivel estructural.

Las dos piezas se han fabricado usando HMAR de 160kg/m³ de fibras de acero y tamaño máximo del árido de 0.8mm. Las dimensiones de ambas vigas son de 4.50x0.30x0.10m. Tal y como se puede apreciar en la Figura 15, como armadura se han colocado dos barras longitudinales en la parte inferior de diámetro 20mm para una viga y de 16mm para la otra, con un recubrimiento geométrico de 20mm en ambos casos.



Figura 14 Vigas de HMAR de 4.50m

Por tanto, se han ensayado a flexión a cuatro puntos las dos vigas con una luz entre apoyos de 4m. Los puntos de carga están situados a 1.5m de los apoyos, quedando una separación entre ellos de 1m, tal y como se puede observar en la Figura 15. Se han colocado dos transductores verticales a la altura de los apoyos, para medir el posible desplazamiento vertical de éstos. En la cara frontal se ha colocado un transductor vertical a centro-luz para medir el desplazamiento vertical en esta sección y dos transductores horizontales en centro luz: uno a 2.5cm de la cara superior y el otro a 3cm de la cara inferior a la altura de la armadura, para medir las deformaciones de compresión y tracción respectivamente, tal y como se observa en la Figura 16. El mismo esquema de transductores se repite en la cara trasera.

En la Figura 17 se muestran las curvas obtenidas como resultado de las medidas de los transductores verticales de centro luz en ambas caras (H2 y H3), la media de los dos transductores y la flecha relativa (y) corrigiendo el efecto de desplazamientos verticales en los apoyos medidos con los transductores verticales situados allí, para la viga con barras de diámetro 20mm.

Las características mecánicas del HMAR usado en cada amasada se han obtenido a partir de probetas cúbicas de 100mm ensayadas a compresión y de probetas de 100x100x500mm para el ensayo a flexo-tracción a cuatro puntos fabricadas junto con las vigas, tal y como se ha hecho con las vigas cortas.

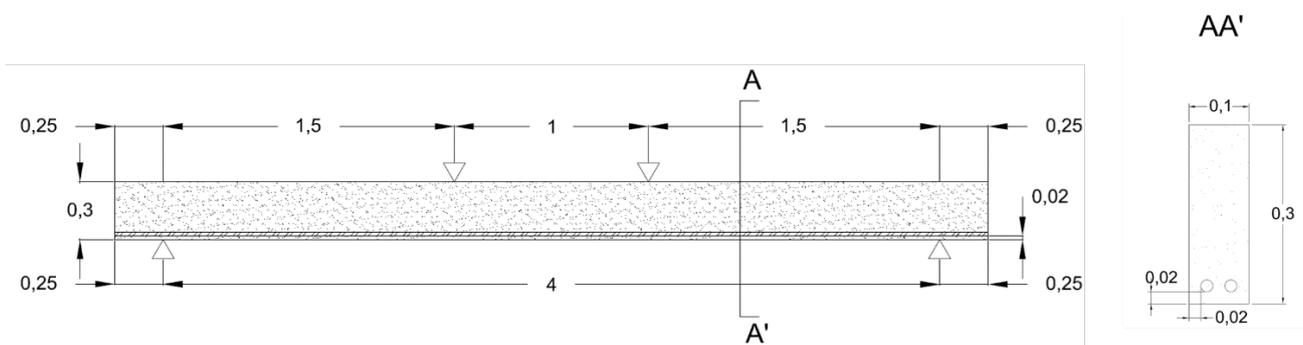


Figura 16 Posición de los transductores de desplazamiento (cotas en m)

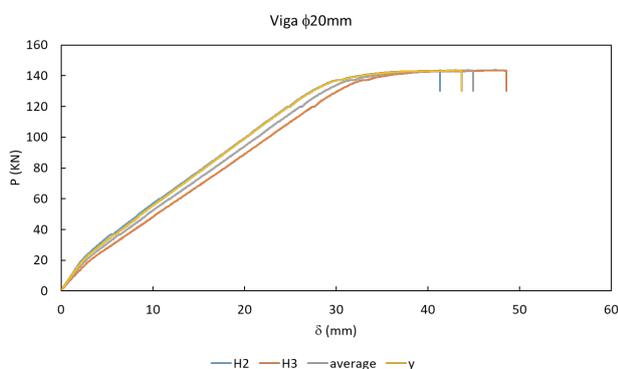
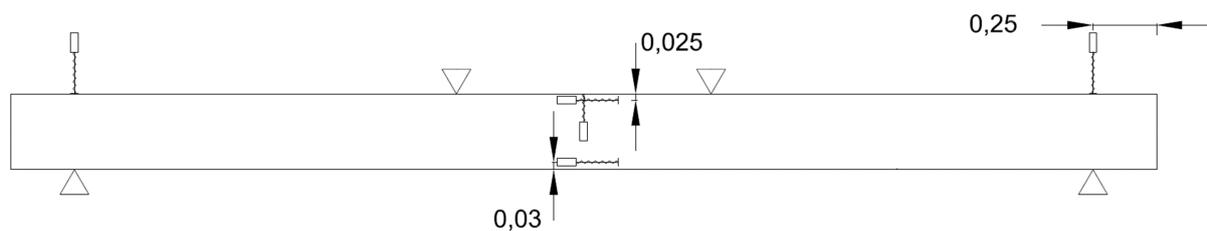


Figura 17 Curva carga-desplazamiento a centro-luz para la viga de $\phi 20$ mm.

3.2 Modelado del ensayo a cuatro puntos para las vigas.

La caracterización del material para las vigas se lleva a cabo del mismo modo que se ha hecho para las vigas cortas tal y como se describe en el apartado 2.2.1. *Caracterización del material en el FEM.*

3.2.2. Desarrollo del 2D FEM

La geometría que se ha implementado en el modelo desarrollado en DIANA FEA [13] es la que se ha descrito en la Figura 15: dimensiones de $4.50 \times 0.30 \times 0.100$ m con dos barras de armado longitudinal $\phi 20$ mm para una viga y dos barras de armado longitudinal $\phi 16$ mm para la otra, situadas en la parte inferior con un recubrimiento geométrico de 20 mm.

Para las vigas largas sólo se ha llevado a cabo el modelado en 2D con la aproximación discreta, tal y como se explica en el apartado 2.2.2. *Desarrollo del 2D FEM* para las vigas cortas y en [11].

Para el mallado, se utiliza el mismo tipo de elementos finitos para la aproximación discreta que en el caso de las vigas cortas, únicamente cambiando el tamaño del elemento finito de tensión plana a 50 mm.

3.3 Resultados

En la Figura 18 se puede observar, de arriba abajo, el mallado de la viga, el nivel de tensiones en dirección x del HMAR y el nivel de tensiones en dirección x para la armadura longitudinal que, en este caso, se trata del $\phi 20\text{mm}$, para el estado tensional último. Se obtiene que el HMAR se encuentra, en su parte inferior a un nivel tensional de tracción de 13MPa, que es el valor

de f_{tu} obtenido de las probetas de flexotracción. Por tanto, se encuentra claramente fisurado en esta zona. En la parte superior, el HMAR se encuentra a un nivel de tensión a compresión de 150MPa y, por tanto, muy cercano al valor f_c de 165MPa obtenido de las probetas cúbicas de compresión. Así pues el hormigón se encuentra, en esta zona, casi al borde del agotamiento también por compresión.

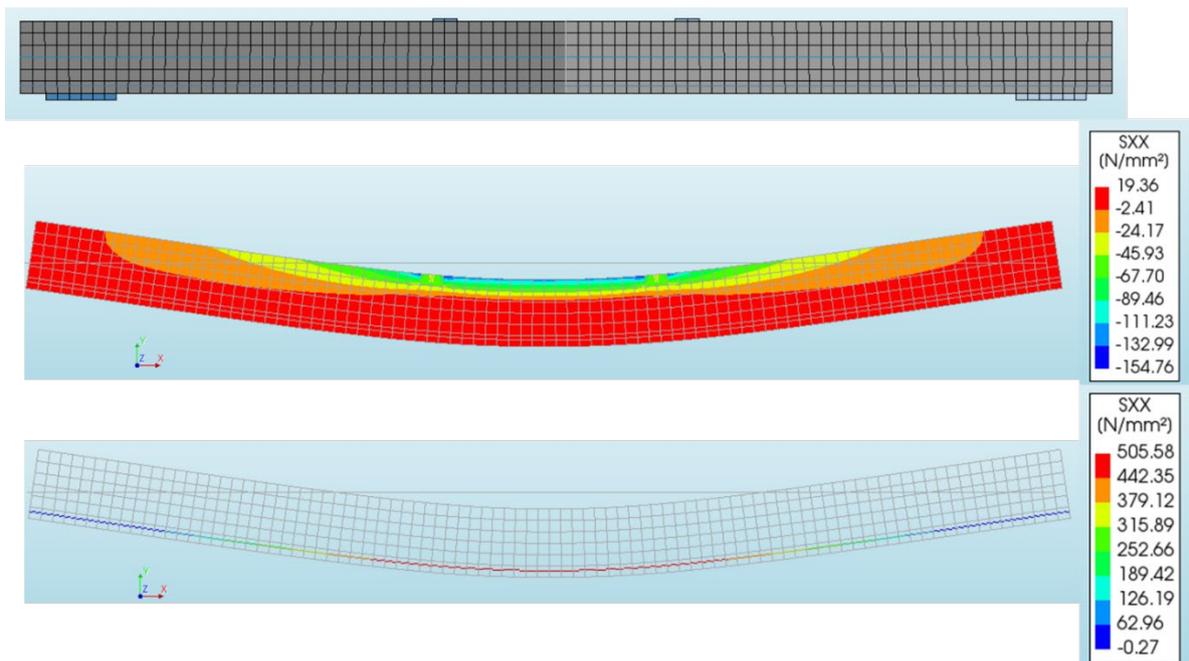


Figura 18 Mallado, tensiones en dirección x en el hormigón y tensiones en x en el armado longitudinal de la viga con $\phi 20\text{mm}$ de armadura longitudinal

Tal y como se ve en la Figura 18 parece que el modelo responde bastante bien y da unos resultados bastante coherentes. No obstante, si se respresenta la curva tensión-deflexión a centro-luz y se compara entre la curva experimental y el modelo con la aproximación discreta (Figura 19), se puede observar que existe un cierto decalaje entre ambas curvas debido a que el cambio de pendiente en la respuesta del modelo se produce a un nivel de tensión más alto que en la curva experimental. Es decir, la matriz de hormigón fisura a un nivel de tensión más alto en el caso del modelo que en el caso experimental. Por tanto, no existe una concordancia completa entre ambas curvas y,

por consiguiente, la respuesta del modelo no ajusta completamente a la respuesta experimental. Se puede observar en la Figura 20 que ocurre exactamente el mismo efecto si se representa la curva tensión-deflexión a centro-luz para la viga con $\phi 16\text{mm}$.

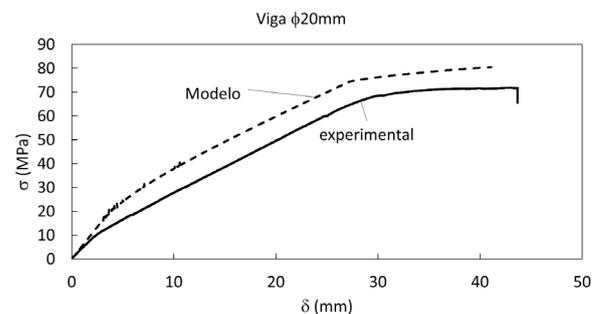


Figura 19 Curva tensión-deflexión viga $\phi 20\text{mm}$

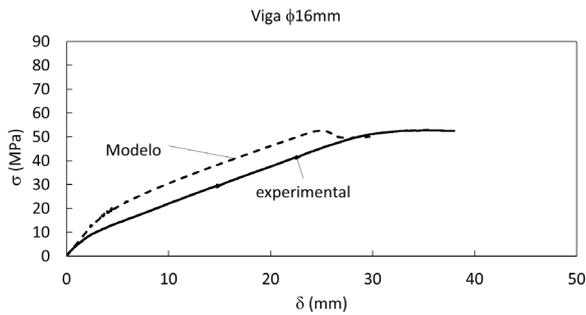


Figura 20 Curva tensión-deflexión viga $\phi 16\text{mm}$

Este decalaje que se genera en la respuesta tensión-deflexión entre el modelo y el ensayo experimental en ambas vigas se cree que puede ser debido al efecto de la retracción. Las vigas se han ensayado a los 49 días de haber sido fabricadas. El valor de la deformación por retracción que se tiene a los 49 días viene a ser del 0.37%. En la Figura 21 se muestran las tensiones en la sección de centro luz en función de la altura de la sección provocadas por la deformación de retracción a los 49 días. Esta deformación produce una tensión de tracción en la fibra inferior de la sección de la viga de HMAR de unos 4.03MPa en el caso de la viga de $\phi 20\text{mm}$. Esta zona se encuentra cercana a la armadura y, como consecuencia, la tensión es generada debido a la reacción del HMAR contra la armadura. Por este motivo, se puede observar en la misma Figura 21 que la tensión en la armadura es de 56.52MPa a compresión. Por tanto, se deduce que antes de realizar el ensayo la zona inferior de la viga que, tras el ensayo estará traccionada, ya se encuentra con una tensión de tracción previa de 4.03MPa.

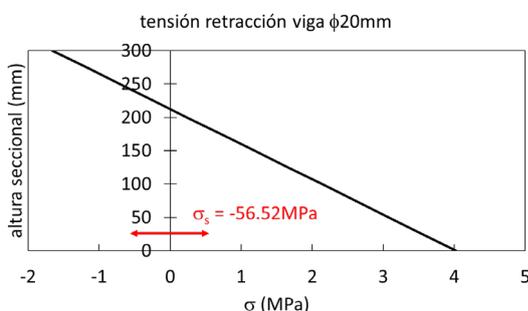


Figura 21 tensión retracción en la sección centro-luz viga $\phi 20$ a los 49 días

Por otra parte, el efecto de la retracción es mucho más notorio en las vigas de 4m de luz que en las vigas cortas, tal y como se puede observar si se comparan, por ejemplo, la Figura 11 con la Figura 19. Esto puede ser debido a que, en el caso de las vigas cortas, el diámetro de la armadura longitudinal es de 8mm y, en el caso de las vigas largas, es de 16 y 20mm.

4. Conclusiones

El FEM es capaz de reproducir con gran precisión el ensayo a flexión a cuatro puntos para vigas armadas de 500x100x100mm y 4.50x0.30x0.10m. Se obtienen resultados que reproducen de manera satisfactoria las tensiones tanto en el hormigón como en las armaduras a distintos niveles y la aparición de la macrofisura. Se reproduce de manera adecuada la respuesta tensión-deflexión experimental.

Las dos hipótesis utilizadas para el modelado de la fisuración: hipótesis de fisura difusa y de fisura discreta, dan resultados muy similares y ajustados a la respuesta experimental debido a la presencia de las armaduras. Este hecho confiere mayor robustez al FEM.

Tras la aplicación del FEM a las vigas de 4.50x0.30x0.10m se observa una gran influencia del fenómeno de la retracción en el HMAR debido a la presencia de barras de armado con mayor diámetro. Este fenómeno influye en gran medida en la capacidad resistente del HMAR ya que está generando un estado tensional interno previo a la aplicación de la carga.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto “BIA2016-78460-C3-1-R” apoyado por la Agencia Estatal de Investigación Española.

Referencias

- [1] H. Yokota, K. Rokugo, N. Sakata, (JSCE-2008) Recommendations for Design and Construction of High Performance Fiber Reinforced Cement Composites with Multiple Fine Cracks (HPFRCC), (2008). <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.dci.2010.01.003>.
- [2] F. Baby, B. Graybeal, P. Marchand, F. Toutlemonde, UHPFRC tensile behavior characterization: inverse analysis of four-point bending test results, *Mater. Struct.* 46 (2012) 1337–1354. <https://doi.org/10.1617/s11527-012-9977-0>.
- [3] J.Á. López, P. Serna, J. Navarro-Gregori, E. Camacho, An inverse analysis method based on deflection to curvature transformation to determine the tensile properties of UHPFRC, *Mater. Struct.* 48 (2015) 3703–3718. <https://doi.org/10.1617/s11527-014-0434-0>.
- [4] J.Á. López, P. Serna, J. Navarro-Gregori, H. Coll, A simplified five-point inverse analysis method to determine the tensile properties of UHPFRC from unnotched four-point bending tests, *Compos. Part B Eng.* 91 (2016) 189–204. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.01.026>.
- [5] L. Ostergaard, R. Walter, J.F. Olesen, Method for determination of tensile properties of engineered cementitious composites (ECC), in: *Constr. Mater. Proc. ConMat'05 Mindess Symp.*, 2005: p. 74.
- [6] S. Rigaud, G. Chanvillard, J. Chen, Characterization of Bending and Tensile Behavior of Ultra-High Performance Concrete Containing Glass Fibers, in: G.J. Parra-Montesinos, H.W. Reinhardt, A.E. Naaman (Eds.), *High Perform. Fiber Reinf. Cem. Compos.* 6 HPFRCC 6, Springer Netherlands, Dordrecht, 2012: pp. 373–380. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2436-5_45.
- [7] F. Baby, B. Graybeal, P. Marchand, F. Toutlemonde, Proposed flexural test method and associated inverse analysis for ultra-high-performance fiber-reinforced concrete, *ACI Mater. J.* 109 (2012) 545–555. <https://doi.org/10.14359/51684086>.
- [8] S. Qian, V.C. Li, Simplified Inverse Method for Determining the Tensile Strain Capacity of Strain Hardening Cementitious Composites, *J. Adv. Concr. Technol.* 5 (2007) 235–246. <https://doi.org/10.3151/jact.5.235>.
- [9] C. Soranakom, B. Mobasher, Closed-form moment-curvature expressions for homogenized fiber-reinforced concrete, *ACI Mater. J.* 104 (2007) 351–359. <https://doi.org/10.14359/18824>.
- [10] E.J. Mezquida-Alcaraz, J. Navarro-Gregori, J.A. López, P. Serna-Ros, Numerical Validation of a Simplified Inverse Analysis Method to Characterise the Tensile Behaviour of UHPFRC, 2018.
- [11] E.J. Mezquida-Alcaraz, J. Navarro-Gregori, J. Angel Lopez, P. Serna-Ros, Validation of a non-linear hinge model for tensile behavior of UHPFRC using a Finite Element Model, *Comput. Concr.* 23 (2019) 11–23.
- [12] E.J. Mezquida-Alcaraz, J. Navarro-Gregori, P. Serna-Ros, Numerical validation of a simplified inverse analysis method to characterize the tensile properties in strain-softening UHPFRC, in: *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, IOP Publishing, 2019: p. 12006.
- [13] DIANA (Software), User's Manual -- Release 10.2, TNO DIANA, Netherlands. (2017). <https://dianafea.com/manuals/d102/Diana.html>.