

### Resistencia a punzonamiento de losas de hormigón armado sometidas a tracciones en su plano

Punching strength of reinforced concrete slabs subjected to in-plane tensile forces

#### Pablo G. Fernández Sánchez\*,a, Antonio Marí Bernat<sup>b</sup>, Eva Oller Ibars<sup>c</sup>, Noemí Duarte Gómez<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Ingeniero de Caminos, MSc. Universitat Politècnica de Catalunya. Doctorando. Pablo.gonzalo.fernandez@upc.edu

<sup>b</sup> Ingeniero de Caminos, MSc, PhD. CARGO. Universitat Politècnica de Catalunya. Antonio.mari@upc.edu

<sup>c</sup>Ingeniero de Caminos, MSc, PhD. CARGO. Universitat Politècnica de Catalunya. Eva.Oller@upc.edu

<sup>d</sup> Ingeniero de Caminos, MSc. Investigadora. Universitat Politècnica de Catalunya. Noemi.duarte@upc.edu

#### RESUMEN

Se presentan los resultados de un estudio teórico y experimental de la resistencia a punzonamiento de placas sometidas a tracciones en su plano. Se han ensayado 10 losas de 1,65 x 1,65 x 0,12 metros, con dos cuantías diferentes de armadura, apoyadas en ocho puntos, sometidas a diversos niveles de tracción. Se observó que la carga última disminuye linealmente con la tracción aplicada, si bien, a partir de la plastificación de la armadura de flexión longitudinal, esta reducción es mayor. Las predicciones mediante modelos numéricos y mediante el modelo mecánico CCCM de resistencia a punzonamiento proporcionaron una excelente concordancia con los resultados experimentales.

#### ABSTRACT

A theoretical and experimental study on punching strength of RC slabs subjected to point loads and in-plane forces which can reduce the shear or punching capacity of the slab, is presented. Ten square slabs of 1.65x1.65x0.12m, axisymetrically supported, were tested under different degrees of tensile force, showing that the ultimate load decreases linearly with the tensile forced applied and that after yielding of the longitudinal reinforcement, the rate of reduction increases. Numerical predictions made with non-linear FEA and with the mechanical model CCCM, extended to account for the effect of in-plane tensile forces, predicted very well the experimental results.

**PALABRAS CLAVE:** Punzonamiento, tracción, hormigón, losas, ensayos, modelo mecánico, MEF **KEYWORDS:** Punching, tensile force, RC slabs, laboratory tests, mechanical model, MEF

#### 1. Introducción

El fenómeno del punzonamiento en losas de hormigón armado (HA)) es una rotura de carácter frágil que puede darse bajo la aplicación de presiones concentradas debidas bien a cargas externas o a las reacciones en apoyos aislados. En algunas ocasiones, las losas pueden estar sometidas, además de a los esfuerzos de flexión, cortante y torsión, a esfuerzos de tracción en su propio plano. Este es el caso de tableros de puentes en la zona de momentos negativos, sometidos a punzonamiento bajo las cargas concentradas de los vehículos, o bien forjados de edificación sometidos a cargas horizontales tales como empujes de tierras, que son transmitidas, mediante un flujo de compresiones oblicuo, hacia los pilares del lado opuesto, generando tracciones en la dirección perpendicular (efecto diafragma).

Son numerosos los estudios realizados sobre la resistencia a punzonamiento de placas de HA, una síntesis de los cuales puede encontrarse en las referencias [1], [2], [3] y [4], entre otras. A pesar de ello, no existe prácticamente ninguna investigación realizada sobre losas sometidas a la acción combinada de cargas verticales y tracciones en su plano, ni existe un tratamiento adecuado en las normativas y códigos de diseño más usuales [5], [6], [7]. Sí existen estudios de la influencia de las tracciones en la resistencia a cortante de vigas, sintetizados en [8] y [9]. El Eurocódigo EC2, [5], modificó la fórmula de Zsutty incluyendo un término para tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiles. No obstante, todas estas formulaciones no son aplicables directamente al caso de losas, donde el trabajo bidireccional y la presencia de estados triaxiales de tensiones alrededor de las cargas o apoyos son esenciales. Por ello, en la Universidad Politécnica de Catalunya (UPC) se está llevando a cabo un estudio teórico y experimental, en el que se pretende estudiar la influencia de las tracciones en su plano sobre la carga última de cortante y punzonamiento en losas de hormigón armado.

El estudio del fenómeno se aborda desde tres enfoques diferentes: 1) una campaña de ensayos de punzonamiento y cortante de losas bajo cargas puntuales y diversos niveles de tracciones en su plano, sobre 10 losas cuadradas de hormigón armado. 2) Simulaciones numéricas por elementos finitos en régimen no lineal mediante el software ABAQUS [10], y 3) la extensión del modelo mecánico "Compression Chord Capacity Model" CCCM [11], elaborado en la UPC y en la Universitat de les Illes Balears (UIB), para incorporar el efecto de las tracciones en el plano medio de la placa en la carga última de punzonamiento y cortante [4]. En esta ponencia se describen los trabajos teóricos y experimentales realizados así como los resultados y conclusiones obtenidos en 5 de las 10 losas ensayadas, en concreto las que rompieron por punzonamiento. La resistencia de las otras 5 losas, ensayadas también bajo carga puntual, pero apoyadas en dos bordes paralelos y sometidas a rotura por cortante, no son objeto de esta ponencia.

#### 2. Campaña experimental

Se ensayaron 10 losas cuadradas de hormigón armado de 1,65 x 1,65 x 0,12 m, bajo una carga puntual aplicada en su centro. Cinco de estas losas, objeto de esta ponencia, se apoyaron en 8 puntos distribuidos según los vértices de un octógono regular, buscando la simetría de revolución y aproximarse a la rotura teórica ideal por punzonamiento. La distancia del centro al eje de cada apoyo es de 765 mm. Existe una losa con mayor cuantía de armadura que el resto, para tratar de estudiar la influencia de esta variable en el fenómeno estudiado. Las dimensiones y el armado de las losas responden al deseo de reproducir unos ensavos ya realizados por Adetifa y Polack posteriormente estudiados [20], numéricamente por Genikomsou y Polack [21], y por Ivorra et al [22], dada la considerable información disponible.

Las losas llevan embebidas barras de postensado ancladas por adherencia y mediante una placa interna, para poder introducir las tracciones mediante el uso de gatos hidráulicos. De esta forma se consigue crear un estado de tensiones de tracción sensiblemente uniforme en el tercio central de la placa, que es donde tendrá lugar la rotura por punzonamiento. Una vez introducida la tracción deseada, se aplica la carga vertical en su centro hasta la rotura por punzonamiento. Las dimensiones y esquema de armado de las losas pueden verse en la Fig. 1.



Figura 1. Esquema de las losas.

En la Tabla 1 se muestra el armado y la fuerza de tracción a la que está sometida cada losa. La fuerza de tracción que teóricamente produce la fisuración de las losa con mayor cuantía (losa tipo B) es  $T_{fis_A}$ =784 kN y para para el resto de losas (tipo A),  $T_{fis_A}$ =719 kN.

	Armadura		Armadura		$T/T_{fis}$	$\mathbf{f}_{\mathbf{c}}$
LOSA	long. (mm <sup>2</sup> )		trans. (mm <sup>2</sup> )			(MPa)
	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.		
1	1810	1810	1244	1810	0	37.6
2*	3217	3217	1244	1810	0,44	37,7
3	1810	1810	1244	1810	0,69	35.9
4	1810	1810	1244	1810	1,02	37.4
5	1810	1810	1244	1810	1,25	36.7

\* Las armaduras de esta losa eran de 16mm de diámetro. Area de armaduras en mm², Resistencia del hormigón en MPa

Se ha construido un marco metálico, de dimensiones 2500 x 2850 mm sobre el que se han apoyado los gatos para tesar las barras. El montaje global del ensayo (set-up) puede verse en la Fig. 3. En ella se observa que las dimensiones del pórtico de carga del Laboratorio de Tecnología de Estructuras y Materiales de la UPC (LATEM) han permitido acomodar geométricamente, aunque con poca holgura, las piezas a ensayar.



Figura 3. Montaje global (set-up) del ensayo de punzonamiento.

El hormigón "objetivo" planteado fue HA 30/F/10/IIa y se realizaron ensayos de caracterización de su resistencia a compresión, resistencia a tracción y módulo elástico, en varias fechas, antes y durante los ensayos, con el objetivo de obtener una curva de evolución de resistencias. Los valores medios del día del ensayo se muestran en la Tabla 1. Las armaduras pasivas fueron de acero B500SD y se realizaron ensayos de caracterización de la curva tensión-deformación de barras de diversos diámetros.

Los resultados obtenidos fueron: para las barras de 12mm de diámetro,  $f_{y}$ = 535MPa y  $f_{u}$ = 633MPa. Para las barras de 16mm de diámetro,  $f_{y}$ = 535 MPa y  $f_{u}$  = 629 MPa. Se utilizaron barras de tesado Diwydag de 25 mm de diámetro con  $f_{py}$ = 750 MPa y  $f_{pu}$ =1050 MPa.

La figura 4 muestra una fotografía de la disposición de barras de pretensado para introducción de la tracción y la figura 5 muestra el sistema de 8 apoyos dispuestos según un octógono regular, sobre células de carga.



Fig. 4. Sistema de introducción de tracciones en la losa.



Fig. 5. Sistema de apoyos sobre células de carga.

#### 3. Simulación numérica

Previamente a la campaña experimental se realizó una simulación numérica de los ensayos [10], utilizando el programa ABAQUS y un modelo de daño plástico, con el objetivo fundamental de disponer de una buena aproximación a la carga y al desplazamiento máximo esperables y, en general, del comportamiento bajo carga creciente (cargadesplazamiento, patrón de fisuras, etc). Se realizaron estudios paramétricos previos para establecer criterios sobre el tamaño idóneo de la malla. Para el hormigón se han utilizado elementos cúbicos 3D C3D8R de 20mm de arista, para la armadura elementos barra B31 y para los muelles de los apoyos elementos SPRING-A.

Por otra parte, se calibró el modelo numérico con los resultados de la losa de referencia (con tracción nula) y se obtuvieron los parámetros asociados al daño (dilatancia =  $37.5^{\circ}$ , excentricidad=0.1, ratio=1.16, *K*=0.8, viscosidad=0), de gran relevancia para captar adecuadamente el efecto tamaño y, por tanto, la carga última. El comportamiento del hormigón se modeliza en compresión mediante la parábola de Hognestad. El reblandecimiento ("softening") en tracción responde a la curva bilineal propuesta en el Model Code 2010 [7].

#### 3. Modelo mecánico desarrollado

## 4.1 Resistencia a punzonamiento en placas sin tracciones en su plano

El modelo mecánico desarrollado es una extensión del "Compression Chord Capacity Model" [11] al caso de cargas de tracción aplicadas en su plano. El modelo se fundamenta esencialmente en la consideración de que la fisura crítica, que se desarrolla a partir de una fisura de flexión, apenas transfiere tensiones tangenciales en la zona traccionada por flexión, en Estado Limite Último, debido a la considerable abertura de fisuras. En tal caso, las tensiones tangenciales se concentran en la cabeza de compresión que, además, está sometida a tensiones circunferenciales y radiales de compresión, así como a tensiones verticales de confinamiento transmitidas por el pilar. Ello conduce a un estado triaxial de tensiones en la cabeza comprimida en la zona próxima a la carga, aumentando su resistencia, que distingue esencialmente el aspecto comportamiento a cortante en vigas del comportamiento a punzonamiento de losas. Las ecuaciones que gobiernan la resistencia a punzonamiento se obtienen suponiendo una distribución parabólica de tensiones en la cabeza comprimida, tangenciales

suponiendo que la fisura crítica siempre nace del contacto del pilar con la losa y acaba en la cara traccionada de ésta, donde se alcanza el momento de radial de fisuración.

Planteando el equilibrio de fuerzas y momentos de una rebanada diferencial de losa, y relacionando esfuerzos con tensiones en la cabeza comprimida, se obtienen las siguientes ecuaciones de la carga última de punzonamiento para losas sin armadura de cortante [18]:

$$V_{Rd} = 0.3\zeta \left( 1.125 \frac{x}{d} + 0.425 \right) f_{ck}^{2/3} u_{crit} d$$
 (1)

donde x/d es la profundidad de la fibra neutra en flexión, que viene dada por:

$$\frac{x}{d} = n\rho_l \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\rho_l}} \right) \approx 0.75 (n\rho_l)^{\frac{1}{3}}$$
(2)

siendo  $n=E_s/E_c$  y  $\rho_l$  la cuantía geométrica de armadura longitudinal de tracción. Cuando la armadura de flexión plastifica antes del punzonamiento (lo que es posible, pues la losa es internamente hiperestática), el cortante que puede ser resistido viene dado por:

$$V_{Rd} \le V_y \simeq 2\pi m_y \simeq 2\pi \rho f_{yd} d^2 \left( 1 - \frac{\rho f_{yd}}{2f_{cd}} \right)$$
(3)

Los anteriores valores deben ser mayores a un cortante mínimo [11], de valor:

$$V_{Rd,min} = \left[\zeta(1,125k_c + 0,375) + \frac{10}{d_0}\right] f_{ctm} u_{cri} d \quad (4)$$

donde  $k_c = x/d \le 0.2$  y  $d_0 = \max(d; 100$  mm).

# 4.2 Extensión del modelo al caso de punzonamiento en placas con tracciones en su plano.

Los efectos de las tracciones, "T", en comportamiento de la losa y en qué ecuaciones debe incluirse la fuerza de tracción. Estos efectos son, como mínimo, los siguientes:

- El ancho de fisura aumenta, por lo que el efecto del engranamiento de áridos disminuye por lo que el cortante resistido en el alma, v<sub>n</sub>. es aún menor que con T=0.
- El ángulo θ de inclinación de las fisuras aumenta, si bien no se ha tenido en cuenta por considerarse de menor influencia.
- 3) La presencia de una tracción reduce la profundidad de la fibra neutra.
- Para un momento M<sub>Ed</sub> dado, la fuerza de tracción disminuye la compresión en la cabeza, por lo que se reduce su capacidad de transmitir tensiones tangenciales
- El esfuerzo axil de tracción aumenta las tensiones de tracción en las armaduras, por lo que éstas podrían plastificar antes de lo que lo harían si T=0.

La profundidad del eje neutro en presencia de tracciones, x, de acuerdo con Marí et al. [8] viene dada en función de la profundidad del eje neutro sin tracciones,  $x_0$ , por la expresión:

$$x = x_0 \left( 1 - 0.1 \ \frac{T_{Ed} \cdot d_s}{M_{Ed}} \right) d$$
 (5)

donde  $N_{Ed}$  y  $M_{Ed}$  son la fuerza de tracción y el momento que solicitan la sección considerada y  $d_s$  es el canto útil.

La reducción de tensiones de compresión en la cabeza se tiene en cuenta haciendo intervenir la tracción en las ecuaciones de equilibrio de la rebanada, tal como muestra la Fig. 6.



Figura 6. Fuerzas que equilibran la rebanada radial diferencial, incluyendo las tracciones en el plano.

$$C = T_i + V_w \cdot \tan \theta - T_{ED}$$
(6)

$$V_{ED} = V_c + V_w \tag{7}$$

$$Cz + m_{\theta} \cdot d\theta \cdot \beta d = m_{cr} \cdot \frac{r_{crak}}{r_{crit}} + V_c \beta d + V_w \beta_w d(\tan \theta + \cos \theta) - 0.5T_{Ed} z$$
(8)

donde el término diferencial  $m_{\theta} d\theta \cdot \beta d$  debido al momento tangencial puede ser despreciado.

La distancia  $\beta d$  es la proyección horizontal de la fisura crítica en la parte tracionada de la losa, que se considera 0.85d, como en cortante.  $V_w$  es la resultante vertical de las tracciones residuales a través de la fisura crítica, que resultan muy pequeñas cuando el ancho de fisura es grande. Se considera un brazo mecánico horizontal de estas tracciones, de valor 2/3d. Entonces, adoptando como brazo mecánico en flexión  $\chi = d-x/3$ , la tensión normal en la dirección radial en el punto crítico de la cabeza comprimida situado a una distancia  $\lambda = 0.425x$  del eje neutro [18], es:

$$\sigma_{r}(\lambda) = \frac{2\lambda C}{xz} = \frac{2\lambda(m_{cr}\frac{r_{crack}}{r_{crit}} + V_{c}\beta d + V_{w}\beta_{w}d(\tan\theta + \cot\theta) - 0.5T_{Ed}\left(d - \frac{x}{3}\right))}{x(d - \frac{x}{3})}$$
(9)

La ecuación fundamental del modelo es la que permite obtener la tensión tangencial en el punto crítico de la cabeza comprimida donde el daño es máximo, es decir donde la combinación de tensiones principales antes alcanza la envolvente de rotura de Kupfer, y viene dada, en forma adimensional, por:

$$v_{Rd,T} = \frac{V_{Rd,T}}{f_{ct}bd} = 0.682\zeta \frac{x}{d} R_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{R_t} + \frac{\sigma_x \sigma_y}{R_t^2}} \quad (10)$$

donde  $R_t$  es el cociente entre la tensión principal de tracción y la resistencia a tracción en el punto de rotura, que viene proporcionado por la ecuación de la envolvente de Kupfer en la rama compresión tracción:

$$\frac{\sigma_1}{f_{ct}} + 0.8 \frac{\sigma_2}{f_{cd}} = 1 \to R_t = \frac{\sigma_1}{f_{ct}} = (1 - 0.8 \frac{\sigma_2}{f_{cd}})$$
(11)

La solución a la Eq. (10), que debe hacerse iterativamente, pues  $R_i$  depende de las tensiones principales y éstas no se conocen a priori pues dependen de la tensión tangencial, que es lo que se busca, se muestra en las gráficas de la Figura 7, en función de los distintos valores de tracción  $T/T_{\rm fis}$ , siendo  $T_{\rm fis}$ la fuerza de tracción que fisura la sección.



Figura 7. Aproximación lineal a la carga de punzonamiento para diversos valores de  $T/T_{fis}$ .

Estas curvas se pueden aproximar linealmente, con poco error, mediante la expresión:

$$v_{Rd,T} = \zeta \left( 1.125 - 0.85 \frac{T}{T_{fis}} \right) \frac{x}{d} + 0.425$$
 (12)

Se observa que, a mayor fuerza de tracción, menor es el cortante adimensional resistido por la cabeza. En el caso de placas con tracciones en una sola dirección, la Eq. (12) solo se aplica a la parte del perímetro crítico afectado por la tracción (perpendicular a ella) que es aproximadamente la mitad del perímetro total. Por otra parte, la tracción  $T_{Ed}$  y el momento por unidad de anchura  $m_{Ed}$  de la Eq. (5), que proporciona la profundidad de la fibra neutra, se pueden expresar como:

$$t = \frac{T}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \cdot \frac{T_{fis}}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \cdot \frac{f_{ct} \cdot 2a \cdot d}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \int (13)$$

$$m = m_{fis} = \frac{f_{ct}h^2}{6} = \frac{f_{ct}d^2}{6} \left(\frac{h}{d}\right)^2 \cong 0.2f_{ct}d^2 \quad (14)$$

donde  $T_{fis}$  y  $M_{fis}$  son, respectivamente, la tracción y el momento de fisuración (obtenidos independientemente) y se ha supuesto que h/d=1.1. Entonces, la Eq. (5) se puede reescribir como:

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} \left( 1 - 0.1 \ \frac{td}{m} \right) = \frac{x_0}{d} \left( 1 - 0.5 \ \frac{T}{T_{fis}} \right)$$
(15)

Entonces, el cortante resistido a lo largo del perímetro crítico, se puede obtener como semisuma del cortante resistido en las caras no traccionadas y las caras traccionadas, dadas por las Eq. (1) y Eq. (3), respectivamente:

$$v_{Rd,tot} = \frac{v_{Rd}}{2} + \frac{v_{Rd,T}}{2} = v_{Rd} - 0.425\zeta \frac{T}{T_{cr}} \frac{x}{d}$$
(16)

donde x/d viene dado por la Eq. (15) y  $\zeta$  es el factor de efecto tamaño, dado por:

$$\zeta = \frac{2\left(\frac{d}{a}\right)^{0.2}}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} < 0.45$$
(17)

En caso de que plastifiquen las armaduras, debe aplicarse la Eq. (3). En este caso, la presencia de tracciones se tiene en cuenta definiendo una resistencia ficticia del acero, en la dirección de las mismas, de valor:

$$f_{y}^{*} = f_{y-} \frac{T}{A_{s}}$$
(18)

que debe ser utilizado en la Eq. (3) como resistencia del acero.

La Eq. (16) muestra cómo la resistencia a punzonamiento se reduce linealmente con la razón  $T/T_{fs}$  Cuando la armadura en la dirección de la tracción plastifica se aplica la Eq. (3) pero con la resistencia del acero reducida, por lo que la reducción es mayor.

#### 4. Comparación e interpretación física de los resultados teóricos y experimentales

Las figuras 8 y 9 muestran las curvas cargadesplazamiento experimentales y numéricas bajo diversos niveles de tracción. A parte de su gran similitud, se observa que la carga máxima y la rigidez disminuyen conforme aumenta la tracción.

Tanto las predicciones numéricas como las del modelo mecánico dieron resultados próximos los resultados bastante а experimentales en términos de carga última como puede verse en la tabla número 2.

Ensayo	T/T <sub>cr</sub>	P <sub>u</sub> lab (kN)	P <sub>u</sub> CCCM (kN)	P <sub>u</sub> CCCM/P <sub>u</sub> lab	P <sub>u</sub> Abaqus (kN)	P <sub>u</sub> Abaqus/P <sub>u</sub> lab
1	0	249.1	235.9	0.95	250.3	1.00
2*	0.44	240.4	226.4	0.94	243.3	1.01
3	0.69	215.2	207.3	0.96	220.6	1.02
4	1.02	198.4	194.8	0.98	203.5	1.03
5	1.26	179.4	172.1	0.96	182.2	1.02

Tabla 2. Comparación de cargas últimas teóricas y experimentales

\* Las armaduras longitudinales de esta losa eran de 16mm de diámetro.



Figura 8. Curvas carga-desplazamiento obtenidas en los ensayos



Figura 9. Comparación de las curvas cargadesplazamiento obtenidas en el laboratorio y numéricamente para las losas tipo A: a) T=0, b) T= $0.69T_{\rm fis}$ , c) T= $1.02T_{\rm fis}$ , d) T= $1.26T_{\rm fis}$ 

En la figura 10 se muestran las superficies de punzonamiento de dos losas, una sin tracción (losa de referencia) y otra con un valor de tracción igual al 80% de la tracción de fisuración. La Fig. 11 muestra el mapa de fisuras (representadas las tensiones principales de tracción) para los dos casos extremos: Losa con T=0 y losa sometida a la máxima fuerza de tracción ( $T=1.5 T_{FIS}$ ). Se observa al cambio de la superficie crítica de rotura, perdiendo la simetría de revolución y adaptándose más a las

direcciones de las armaduras. En ambas figuras la tracción está aplicada en vertical.



Figura 10. Superficies de rotura en la losa de referencia (T=0) y en la losa con T=0.8 Tfis



Figura 11. Fisuración obtenida numéricamente en la losa sin tracción (izquierda) y con máxima tracción (derecha).

La figura 12 y la Tabla 3 muestran la disminución de carga última en función del nivel de tracción aplicado. Se observa que esta reducción es casi perfectamente lineal. No obstante, a partir de la fuerza de tracción, que teóricamente fisuraría la losa,  $T_{fis}=b\cdot h \cdot f_{clm}$ ) esta reducción es mayor. Este aumento de pérdida de capacidad se considera asociada a la plastificación de la armadura principal de flexión en la dirección de la tracción, pues se suman las tracciones debidas al cortante y a la fuerza externa.



Figura 12. Descenso de la carga última en función de la tracción. Comparación teórico-experimental.

Para los test 4 y 5, en el que se aplicó una tracción a la losa superior a  $T_{fis}$ , se observó que las galgas extensométricas situadas en la armadura longitudinal presentaban valores de deformación superiores a la deformación en el límite elástico, " $\varepsilon_y$  "de las armaduras.

#### 5. Conclusiones y perspectivas

De los estudios realizados se pueden extraer las siguientes conclusiones principales:

La tracción en el plano medio de la losa reduce la carga de punzonamiento según una función prácticamente lineal. Para la tracción de fisuración, la reducción de carga última es de un 20% y para una carga  $T=1.5T_{fis}$  esta reducción es del 35% aproximadamente.

A partir del valor  $T=T_{fix}$ , las tensiones en la armadura aumentan considerablemente, por lo que éstas plastifican para cargas menores que en caso de T=0, y la reducción de carga última es mayor que para  $T < T_{fix}$ .

La rigidez de la losa también disminuye por efecto de la tracción. La flecha máxima en el centro de vano bajo la carga transversal aumenta con  $T/T_{fis}$ , aunque no linealmente.

fisuración se ha producido, La fundamentalmente, alrededor de la carga aplicada, siguiendo las direcciones de las armaduras ortogonales. El perímetro crítico se encuentra muy cerca de la placa de carga, aproximadamente a 0.5-1 veces el canto útil del borde de la misma. Las tracciones modifican los patrones de fisuración, aumentando las fisuras en la dirección transversal y modificando el perímetro crítico, de ser axisimétrico a ser rectangular.

No se aprecia un efecto favorable al disponer mayor cuantía de armadura, más allá de que se aumenta la  $T_{fis}$  de la losa.

La simulación numérica realizada, una vez calibrado el modelo para la losa de referencia (T=0), ha reproducido con gran precisión la carga última (error medio menor del 3%), los patrones de fisuración, el tipo de rotura y, con algo menor precisión las deformaciones medidas.

Se ha adaptado el modelo mecánico "Compression Chord Capacity Model", para tener en cuenta las tracciones en su plano. Las expresiones obtenidas para la carga última de punzonamiento proporcionan una variación lineal de dicha carga en función de la tracción aplicada y los valores de la carga última predichos por el modelo solo difieren en menos de un 5% los experimentales. Ello muestra la bondad del modelo para la ingeniería práctica, dado que combina rigor conceptual con sencillez de aplicación.

En la actualidad se están analizando los resultados de ensayos realizados sobre losas biapoyadas sometidas a carga puntual centrada y tracciones en su plano paralelas a los apoyos, para estudiar el efecto de éstas sobre su resistencia a cortante.

Ensayo	$T/T_{cr}$	$P_u lab/P_{u0} lab$	$P_u CCCM/P_{u0} CCCM$	P <sub>u</sub> Abaqus/P <sub>u0</sub> Abaqus
1	0	1	1	1
2*	0.44	0.96	0.96	0.97
3	0.69	0.86	0.88	0.88
4	1.02	0.8	0.836	0.81
5	1.26	0.72	0.73	0.73

Tabla 3. Comparación de cargas últimas teóricas y experimentales

#### Agradecimientos

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Ciencia e Innovación y de los Fondos Europeos de Desarrollo Regional (FEDER) a través del proyecto "Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil" BIA2015-64672-C4-1-R. Así mismo desean agradecer el apoyo del director del Laboratorio de Tecnología de Estructuras y Materiales de la UPC, de los técnicos y de los estudiantes de Master Magí Domingo y Laura Beltrán, quienes han contribuido a la realización de esta campaña experimental.

#### Referencias

- Regan, P.E., Braestrup M. W. (1985). Punching shear in reinforced concrete-a state-of-art report. CEB Bulletin d'Information 168.Lausanne, Suiza
- [2] Fédération Internationale du Beton, FIB.(2001). Punching of structural concrete slabs. Bulletin No 12, Laussanne, Suiza.
- [3] Muttoni, A. (2008). Punching Shear Strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement, ACI Structural Journal. 105(4), 440-450.
- [4] Marí, A., Cladera, A., Oller, E., Bairán, JM. (2018) A punching-shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement, *Eng. Struct.*, 16, 413–426
- [5] European Committee for Standardization (2002). Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1: General Rules and Rules for Buildings.
- [6] ACI Committee 318. (2008). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary.

- [7] Fédération Internationale du Béton.(2010). FIB Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst and Sohn (2013)
- [8] Marí, A., Cladera, A., Bairán, J. (2017) Effects of axial forces and prestressing on the shear strength of structural concrete members. In VII Congreso de ACHE, A Coruña.
- [9] Fernández-Montes, D., González Valle, E., Díaz Heredia, E. (2015). Influence of axial tension on the shear strength of floor joists without transverse reinforcement, *Struct. Concr.* 16 207–220
- [10] Domingo, M. (2018). Resistencia a punzonamiento en losas de tableros de puentes de hormigón armado en zonas sometidas a momentos negativos (published Master thesis). Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universitat Politécnica de Catalunya.
- [11] Cladera, A. Marí, A., Bairán, J., Ribas, C., Oller, E., Duarte, N. (2016) The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams, *Structural Concrete. no 2014 DOI:* 10.1002/suco.201500214
- [12] Adetifa, B., Polak, M.A. (2005) Retrofit of Slab Column Interior Connections Using Shear Bolts. ACI Struct. Journal, 102 (268-274), .
- [13] Genikomsou, A.S., Polak, M. A. (2015). Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Eng. Structures, 98* (2015) 38-48.
- [14] Navarro, M, Ivorra, S. et al. (2017) Análisis por elementos finitos de losas de edificación sometidas a punzonamiento. In Congreso internacional de estructuras, ACHE, A Coruña, Junio 2017.