

Monitorización y análisis numérico de puentes ferroviarios

Caso de estudio en Arganda del Rey (Madrid)*

Monitoring and numerical analysis of railway bridges. Case study in Arganda del Rey (Madrid)**

Alejandro Rodríguez*, a, Pablo Sierra b, Rolando Chacón^c y Xavi Martínez^d

^aIngeniero de Caminos, Canales y Puertos. Geocisa, Geotécnia y Cimientos. Madrid. España

^b MSc, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingenieria. CIMNE. Barcelona. España

^cDr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona. España

^d Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, CIMNE. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona. España

RESUMEN

En este artículo se presentan las diferentes actuaciones de análisis y monitorización del Paso inferior 10+090, en Arganda del Rey, perteneciente a la Línea 9 de Metro de Madrid en el trayecto Puerta de Arganda-Arganda del Rey desarrollados de manera conjunta entre Geocisa, CIMNE y la UPC. Este paso inferior representa uno de los casos de estudio enmarcados dentro de las actividades de I+D desarrolladas por el equipo investigador. En el mismo, se han validado los sistemas de medición y monitorización empleados, así como los correspondientes algoritmos de análisis basados en elementos finitos (FEM) y análisis experimentales y operacionales que conforman las herramientas desarrolladas.

ABSTRACT

In this paper, a case study for the analysis and operational monitoring of a railway bridge is presented. The bridge (PI 10+090) is located in Arganda del Rey, Madrid and it belongs to the L9 Metro Line between Puerta de Arganda and Arganda del Rey. The case study includes a set of R+D activities developed jointly by Geocisa, CIMNE and UPC. In this particular case study, all measuring devices as well as all analysis tools have been validated. Both FE-Based, experimental modal analysis and operational modal analysis techniques have been explored and utilized together with different commercial and in-built measuring platforms.

PALABRAS CLAVE: Evaluación estructural, EMA, OMA; Puentes ferroviarios, Análisis dinámico. **KEYWORDS:** Structural Health Monitoring, EMA, OMA, Railway bridges, Dynamic Analysis

1. Introducción

Los puentes ferroviarios y de carretera representan una parte fundamental de la infraestructura de transporte. Asimismo, representan una inversión estratégica para la sociedad y su buen desempeño garantiza el normal funcionamiento de las redes, lo que se traduce en seguridad y funcionalidad nacional. La moderna infraestructura construida en las últimas décadas en España se encuentra actualmente en un estado de forma envidiable. Los cuatro corredores de líneas de alta velocidad representan un ejemplo de transporte sostenible a mantener y potenciar en las próximas décadas.

Sin embargo, las infraestructuras son susceptibles a experimentar un daño progresivo a lo largo de su vida útil y los puentes ferroviarios no escapan a dicho deterioro. Teniendo en cuenta que la vida útil de las infraestructuras estratégicas puede llegar a los 100 años, es necesario plantear añadir un programa de mantenimiento predictivo a los convencionales, de manera estratégica. Detectar e identificar a tiempo el daño en las estructuras permite actuar sobre las mismas de manera eficiente y contribuye así a la sostenibilidad de las infraestructuras de transporte.

En el marco de las diferentes actuaciones de I+D desarrolladas de manera conjunta entre Geocisa, el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería CIMNE y la Universitat Politècnica de Catalunya, se describe un caso de estudio del recientemente finalizado proyecto E-Testing. En el mismo, se ha planteado como objetivo tecnológico principal el desarrollar una herramienta de Hardware-Software para la caracterización dinámica de puentes ferroviarios basada en tecnologías de bajo coste de medición, transmisión de datos y análisis estructural en base a modelos físicos (FEM, EMA, OMA). La herramienta desarrollada representa un avance para la futura generación de sistemas de monitorización y detección de daño, en las que el flujo de datos se plantea con características estándar y alineado con la interoperabilidad requerida en los entornos BrIM (Bridge Information Modelling).

En este artículo, se describen tres aspectos fundamentales del caso de estudio: El paso inferior de Arganda del Rey, los sistemas de medición empleados y las herramientas de análisis desarrolladas. Finalmente, se describen algunos de los resultados obtenidos y se comentan algunas recomendaciones que forman parte de las líneas que vienen desarrollados los miembros del equipo de investigación.

2. Revisión bibliográfica

La monitorización y el análisis numérico en puentes son disciplinas de larguísimo recorrido en lo que a investigación se refiere. Resumir la bibliografía relativa a dichos temas de manera exhaustiva no resulta factible. En varios artículos de referencia, Frangopol destaca los hitos alcanzados y los desafíos existentes en el mantenimiento, gestión y optimización de los puentes a lo largo de su ciclo de vida [1-3]. Existen numerosos casos de estudio de puentes monitorizados que se encuentran en la literatura desde hace algunas décadas. Para citar algunos, se muestran ejemplos de monitorización en base a deformaciones [4], fibra óptica [5] o aceleraciones [6] en puentes que pueden llegar a tener gran longitud [7,8]. En España, existen referencias de monitorización publicadas en los últimos años [9].

Un área de aplicación de la identificación monitorización del е comportamiento dinámico de las estructuras, es la detección de daños, donde se desarrollan métodos para detectar, identificar y localizar daños en las estructuras en los que haya habido variación de los parámetros modales [10,11]. Existen diversos métodos para la detección del daño, entre los cuales se encuentran los basados en modelos [12] y los basados en cambios de forma modal [13].

crecientes Los avances la en interconexión digital entre equipos, sensores, centros de procesamiento y usuarios, el internet de las cosas (IoT), y el avance en la velocidad de transmisión de datos, con tecnologías incipientes cómo el 5G, han despertado el interés de la comunidad científica para la aplicación de nuevas tecnologías en la monitorización de estructuras, entre los cuales se encuentran los sensores remotos energéticamente autónomos que comunican la información adquirida directamente a "la nube" y la utilización de imágenes y videos de alta calidad adquiridos por drones [14].

3. Descripción de la estructura

La estructura objeto de este caso de estudio es el Paso Inferior 10+090, situado en el p.k. 10+090 de la interestación La Poveda – Rivas Vaciamadrid, perteneciente a la prolongación de Línea 9 de Metro de Madrid. Salva la Av. de la Azucarera y soporta una doble vía con carriles soldados sobre sujeción elástica y traviesas monobloque. La línea está electrificada y su trazado sobre la estructura es una curva a derechas de amplio radio, siendo la visibilidad sobre la estructura buena en ambos sentidos. La Figura 1 muestra un detalle del trazado de la vía





canto; el forjado se completa con placas de encofrado perdido sobre las que se ejecuta una losa de compresión de 0,25 m de canto. La Figura 2 muestra un plano de la sección transversal de la misma mientras que la Figura 3 muestra un alzado longitudinal del sistema en estudio.



Figura 3. Alzado longitudinal.

Las cargas del tablero se trasmiten a la subestructura mediante apoyos de neopreno zunchado, existiendo nueve en cada línea de apoyo. El ancho de la plataforma es de 11,00 m. Ésta cuenta con paseos de servicio en ambos lados. Para la instrumentación y monitorización del caso de estudio, se contó con el apoyo expreso de Metro de Madrid para poder desarrollar la logística correspondiente. La Figura 4 muestra una vista del puente y la Figura 5 una captura realizada durante la instrumentación del mismo.



Figura 4. Vista lateral del puente.



Figura 5. Proceso de instrumentación.

4. Descripción de los sistemas de medición

La instrumentación del puente se ha realizado a partir de tres sistemas distintos de medición. Los mismos están fundamentalmente enfocados a la adquisición de datos de aceleración. Cada uno de los sistemas utilizados presenta características similares desde el punto de la medición de la aceleración, sin embargo, existen diferencias entre los mismos a nivel de prestaciones y capacidades técnicas.

Como primer sistema, se cuenta con los dispositivos comerciales BeanDevice® Wilow R AX-3DS de la casa BeanAir. El sistema cuenta con varias partes que conforman el conjunto de adquisición. El sistema incluye un número indeterminado de nodos de medición (que se decide de acuerdo a las necesidades y al presupuesto). Los nodos representan dispositivos ligeros que cuentan con capacidades de medición con rangos que oscilan entre ±2G a ±10G. Los mismos presentan un bajo nivel de ruido (SNR, o Signal-to-Noise Ratio, por sus siglas en inglés) así como la capacidad de transmitir por radio la señal medida. Los nodos envían series de datos medidos en paquetes de 20 megabites a la base de adquisición a partir del conjunto "Antena-Red" que forma parte del sistema y los mismos se visualizan y almacenan en la plataforma BeanScape[®]. A partir de APIs, dicha algunas plataforma permite desarrollar aplicaciones ad-hoc con los datos descargados. La Figura 6 muestra uno de los nodos del sistema.



Figura 6. Nodo del sistema BeanAir.

El protocolo utilizado por el sistema es es MQTT (MQ Telemetry Transport, un protocolo sencillo y standard del tipo publicasubscribe ampliamente utilizado en sistemas IoT).

Por otra parte, se utilizaron acelerómetros triaxiales de alta precisión del tipo MEMS con sistema integrado de procesamiento V almacenamiento de datos desarrollados en Japón por profesores de la Tokyo Denki University [15]. Los mismos cuentan con una memoria interna de 1Gb, una interfaz USB para su correspondiente configuración y descarga de datos y un reloj. Asimismo, presentan un bajo SNR $(+-0,2 \text{ cm/s}^2)$ al utilizar una tasa de muestreo de 100Hz y un filtro paso bajo de 23Hz. Desde el punto de vista de la unidad de almacenamiento de datos, los mismos pueden capturar información en continuo durante 21 días ininterrumpidos a una tasa de 100Hz (o hasta un año si se emplean umbrales mínimos de medición). Asimismo, el sistema cuenta con un sensor de temperatura integrado. El sistema Netplus no permite enviar ni visualizar datos en tiempo real (solo a posteriori) y los datos medidos solo se pueden descargar via USB a partir de la interfaz gráfica correspondiente. La el acelerómetro/sistema Figura 7 muestra descrito.



Figura 7. Acelerómetro NetPlus.

Finalmente, se ha desarrollado un sistema de medición utilizando plataformas electrónicas de prototipado del tipo Arduino. Para ello, se han utilizado componentes (acelerómetros) disponibles en el mercado con características y prestaciones similares. En concreto, el sistema desarrollado cuenta con acelerómetros analógicos del tipo ADXL335. Una de las ventajas principales del prototipo es la versatilidad en la utilización de datos en tiempo real. Con los mismos, se han desarrollados interfaces gráficas y aplicaciones de cálculo optimizadas para su uso "in situ". Los valores medidos en tiempo real se utilizan para el análisis experimental y operacional tal y como se describe en el apartado 4. En el caso de estudio, se desarrolló un sistema de 8 acelerómetros por viga. Para su conexión, sincronización y tratamiento de datos, se utilizaron dos placas Arduino DUE controlados por una placa Raspberry Pi 3. La Figura 8 muestra las componentes del sistema.



Figura 8. Sistema de medición.

Se tiene así, una serie de dispositivos disponibles para plantear mediciones según las necesidades de instrumentación de una viga (por ejemplo, la viga más solicitada) o las necesidades de instrumentación de varias vigas (por ejemplo, en el centro de vano). En el primer caso, se puede obtener información relativa a la forma modal, frecuencias y amortiguamiento y en el segundo caso, se puede obtener información relativa al comportamiento de la sección transversal del puente. La estructura consiste en 9 vigas de hormigón pretensado separadas tal y como se describe en el apartado anterior. En modelos realizados en el estudio preliminar (utilizando modelos lineales simplificados), se infiere que el comportamiento del tablero no es monolítico uniforme y el mismo presenta una cierta componente de aceleración transversal especialmente en las vigas exteriores. Además,

la rasante de la via del tren es curva en ese tramo. Por tanto, se decidió realizar la instrumentación tanto de las vigas más solicitadas (indicadas en la Figura 9), como en la sección central de varias vigas del mismo.



Figura 9. Esquema ubicación de acelerómetros en planta y en corte. Medidas en cm.

5. Descripción de herramientas numéricas

Las técnicas basadas en ensayos experimentales (EMA) para el estudio del comportamiento dinámico de estructuras fueron desarrolladas extendidamente en diversas áreas ingenieriles, desde la mitad del siglo XX. [16]. Estas técnicas se basan en medir de manera simultánea la respuesta de la estructura y la excitación, la cual debe ser aplicada de manera controlada. Debido al gran tamaño de las mismas y las bajas frecuencias propias que poseen, aplicar estas técnicas en las estructuras civiles requieren complejos y costosos equipos, además de dificultades logísticas y afeciones а la operatividad en las mismas. Por estas razones, en los últimos años ha ido ha ganando protagonismo el análisis operacional modal (OMA), donde los parámetros modales de las estructuras se obtienen únicamente de la medición de la respuesta de la estructura, frente a fuerzas ambientales y cargas de servicio. Esto reduce el coste y los tiempos de realización de los ensayos, a la vez que no afecta la operación de las estructuras.

El comportamiento dinámico de las estructuras civiles puede ser descrito por la masa, rigidez у propiedades de amortiguamiento del sistema, o por su respuesta a vibraciones libres, cómo son sus frecuencias propias, relación de amortiguamiento y formas modales. Lo primero, utilizado en el análisis de estructuras por elementos finitos, a partir de los cuales, mediante la resolución del problema de valores y vectores propios pueden obtenerse las frecuencias y formas modales. Lo segundo, es lo que se obtiene al aplicar las técnicas de OMA. Como las fuerzas aplicadas no son medidas, algunas características de estás pueden ser confundidas con propiedades de la estructura. Por lo que asegurarse suficiente información independiente y de calidad es indispensable para un correcto análisis [17].

Esto se logra con un correcto *layout* de sensores, definido a partir de estudios previos de la estructura y un buen tratamiento de las señales obtenidas.

Tanto OMA y EMA consisten en aplicar 3 pasos básicos:

- Planificación y ejecución de las pruebas.
- Procesamiento de la información e identificación de parámetros modales
- Validación de los parámetros modales estimados.

La herramienta numérica desarrollada responde al segundo paso, el cual puede subdividrise en validación y pre – tratamiento de los datos obtenidos, operaciones de tratamiento de señal y estimación de parámetros modales.

La validación de los datos obtenidos se realiza por inspección de las series obtenidas, observando que la señal no alcance los valores límites de los sensores y del procesador (clipping), que el ruido de la instrumentación y de la conversión digital sea bajo (ruido instrumental y digital), que no presente ruido en forma de picos (noise intermitentes spikes), interrupciones de la medición temporales por de malfuncionamiento sensores (dropouts), presencia de error en la calibración o tendencias espurias (offset and spurius trends).



Figura 10. GUI de herramienta numérica.

Para el tratamiento de los datos, previos al análisis, la herramienta permite la reducción de la frecuencia de muestreo (*decimation*) aplicando previamente un filtro de paso bajo para evitar que los datos se vean afectados por el aliasing que ello genera. Este filtro digital del tipo, de respuesta de impulso finito (FIR) de 30 puntos utiliza una ventana de Hamming. El factor de reducción puede ser escogido en la interfaz gráfica del usuario (GUI), ver Figura 10.

La señal puede ser tratada por la herramienta con dos métodos de análsis modal distintos, con el método básico en el dominio de la frecuencia (BFD) y con el método de descomposición en el dominio de la frecuencia (FDD).

El método BFD se basa en que, cerca de la resonancia, sólo un modo es dominante. Por lo cual la respuesta de la estructura es aproximadamente igual a la respuesta modal.

$$\{y(t)\} \approx \{\phi_r\} p_r(t)$$

Siendo r el modo dominante y p_r la coordenada modal relacionada. La función de correlación resulta entonces

$$[R_{yy}(\tau)] = E[\{y(t+\tau)\}\{y(t)\}^T]$$

= $E[p_r(t + \tau)p_r(t)]\{\phi_r\}\{\phi_r\}^T$ 2)
= $R_{p_rp_r}\{\phi_r\}\{\phi_r\}^T$

Donde $R_{p_rp_r}$ es la función modal de auto correlación y la matriz de densidad espectral es dada por

$$[G_{YY}(\omega)] = G_{P_r P_r}(\omega) \{\phi_r\} \{\phi_r\}^H$$
3)

Por lo que, en la práctica, se calcula la traza de la matriz de densidad espectral (PSD) en cada uno de las frecuencias discretas para identificar los picos que corresponden a la resonancia en la estructura. Luego cada una de las columnas de la matriz en las frecuencias de resonancia puede ser considerada como una estimación de la forma modal de la estructura, por lo que se debe seleccionar un sensor de referencia. El software también permite el análisis espectral cruzado y obtener la función de coherencia entre el canal de referencia escogido y los demás canales, lo cual puede aportar más información para la identificación de los modos de la estructura [18]. Para el cálculo de la matriz de densidad espectral (propia y cruzada) se utiliza el procedimiento de Welch pudiendo seleccionar la cantidad de segmentos continuos en que se divide el registro (n_d) , la ventana que se utiliza para enmascarar los valores y evitar el efecto *leakage* y la solapamiento entre segmentos. Una vez obtenida la matriz, se muestra la traza y permite seleccionar las frecuencias que se identifiquen con la resonancia.

El método FDD parte de la expansión modal del comportamiento estructural

$$\{y(t)\} = [\phi]\{p(t)\}$$
 4)

Operando de manera similar al caso de BFD, se obtiene la matriz de correlación de las respuesta y la PSD

$$\begin{bmatrix} R_{yy}(\tau) \end{bmatrix} = [\boldsymbol{\phi}] \begin{bmatrix} R_{pp}(\tau) \end{bmatrix} [\boldsymbol{\phi}]^T$$
$$\begin{bmatrix} G_{YY}(\omega) \end{bmatrix} = [\boldsymbol{\phi}] \begin{bmatrix} G_{PP}(\omega) \end{bmatrix} [\boldsymbol{\phi}]^H \qquad 5$$

Haciendo la descomposición en valores singulares (SVD) de la PSD

$$[G_{YY}(\omega)] = [U][\Sigma][U]^H$$

Correlacionando una a una las últimas 2 ecuaciones, los valores singulares están relacionados con la respuesta modal. Por lo que con el espectro de valores propios pueden identificarse las frecuencias de la estructura. Las matrices unitarias **[U]** estiman los valores de los vectores de forma modal, en dichas frecuencias. Con este método puede identificarse si existe más de un modo dominante para una frecuencia dada, con el rango de la matriz $[\Sigma]$ y se obtiene la información de los distintos vectores modales asociados [18].

Después de seleccionadas las frecuencias naturales, con BFD o con FDD, y un canal de referencia, pueden compararse los vectores de forma modal obtenidos con el criterio de garantía modal (MAC), valor que resulta 1 si los vectores comparados son exactamente iguales y 0 si son ortogonales. Este valor nos permitirá evaluar si las frecuencias detectadas cómo de resonancia son correctas.

6. Resultados obtenidos

En primer lugar, se comparan las respuestas en aceleraciones verticales obtenidas por los 3 sistemas en el punto central de la viga 3. Se registran así valores de aceleración (en gal) en un episodio de 5 segundos durante el paso de un convoy de metro sobre el puente.



Se constata también que en el caso de las aceleraciones transversales obtenidas, los valores resultan del mismo orden que las

aceleraciones verticales, tal y como muestra la Figura 12.



Figura 12. Aceleraciones transversales.

Por otra parte, se compara la respuesta dinámica observada para el caso de aceleraciones verticales de 3 vigas ante el mismo episodio de paso e convoy. La comparación se realiza para el caso de los valores de los acelerómetros NetPlus en las vigas 3, 4 y 5, es decir, comparando distintos puntos de la sección transversal. Los resultados se muestran en la Figura 13.



Figura 13. Aceleraciones verticales.

Se constata así que los resultados arrojan valores máximos de aceleración vertical para el caso de las vigas 3 y 4 (cuyas mediciones muestran valores medidos de aceleración justo debajo de las vía del convoy). Si ahora se analizan los valores obtenidos según la distribución longitudinal de los acelerómetros A1 - A8 sobre la viga 3, además de plantear una respuesta con sincronización temporal, es posible realizar un análisis OMA. Se analizan múltiples eventos, de una duración 350 s, en los 24 ejes que se registran. El procesamiento se realiza con un factor de reducción de la tasa de muestreo de 5, lo que permite el análisis de hasta 20 [Hz]. En las Figura 14 y Figura 15, las cuales plantean los resultados de densidad espectral en el dominio de la frecuencia y la descomposición en valores singulares, se puede observar la detección de hasta 4 modos, en los 5.6, 6.4, 9.6 y 19.04 [Hz].



Figura 14. Densidad espectral.



Figura 15. Descomposición en valores singulares.

5. Conclusiones y recomendaciones

En el marco de tareas conjuntas de I+D durante el proyecto E-Testing, se ha podido establecer un caso de estudio de puente real para el análisis modal experimental, el análisis modal operacional y la posterior puesta a punto de herramientas de detección de daño basadas en modelos de elementos finitos. El caso de estudio en Arganda del Rey ha permitido establecer y comparar diferentes tipos de medición y control a lo largo del tablero. Se han utilizado hasta tres tipos de sistemas con distintas prestaciones y capacidades. Los resultados obtenidos para cada una de las mediciones son satisfactorios y permiten establecer bases experimentales de rigor para el posterior uso sistemático de resultados. Actualmente, el proyecto se encuentra en fase final de análisis y post-proceso de resultados.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Centro de Desarrollo Tecnológico Industrial CDTI por la financiación recibida en el marco del Proyecto E-Testing del Programa Iberoeka 2017-2019. Asimismo, los autores agradecen al Prof. Niitsu (Denkai University) y a Manuel Gutiérrez y Carlos Zorita de Metro de Madrid por la disponibilidad y atención prestadas durante el desarrollo del caso de estudio.

Referencias

- D. Frangopol, A life-cycle performance, management and optimization of structural systems under uncertainty: accomplishments and challenges, Structure and Infrastructure Engineering. 7:6 (2011).
- [2] N. Okasha, D. Frangopol, Computational platform for the integrated life-cycle management of highway bridges, Engineering Structures. 142:9 (2016).
- [3] M. Sánchez-Silva, D. Frangopol, J. Padgett, M. Soliman, Maintenance and Operation of Infra-structure Systems: Review, Journal of Structural Engineering. 33 (2011) F4016004.
- [4] A. J. Cardini, J. T. DeWolf, Long-term Structural Health Monitoring of a Multigirder Steel Composite Bridge Using Strain Data, Structural Health Monitoring. 8:1 (2009).
- [5] H. J. Yoon, K. Y. Song, H. M. Kim, J. S. Kim, Strain monitoring of composite steel girder bridge using distributed optical fibre sensor system, Procedia Engineering. 10 (2011).
- [6] E. Cross, K. Koo, J. Brownjohn, K. Worden, Long-term monitoring and data analysis of the Tamar Bridge, Mechanical Systems and Signal Processing. 35:1-2 (2013).
- [7] N. Hoult, P. Fidler, P. Hill, C. Middleton, Long-Term Wireless Structural Health Monitoring of the Ferriby Road Bridge, Journal of Bridge Engineering. 15:2 (2010).
- [8] J. Ko, Y. Ni, Technology developments in structural health monitoring for large scale bridges, Engineering Structures. 27 (2005).
- [9] V. Puchol de Celis, Instrumentación, monitorización y análisis del puente de la constitución de 1812 sobre la bahía de Cádiz., Hormigón y Acero. 67 (2016).
- [10] A. Deraemaeker, E. Reynders, G. de

Roeck, J. Kullaa, Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment, Mechanical Systems and Signal Processing. 22 (2008).

- [11] A. Wahab, G. de Roeck, Damage detection in bridges using modal curvatures: Application to a real damage scenario, Journal of Sound and Vibration. 226:2 (1999).
- [12] A. Teughels, G. de Roeck, Structural Damage Identification of the Highway bridge Z24 by FE modal updating, Journal of Sound and Vibration. 278:3 (2004).
- [13] G. Ercolani, N. Ortega, D. Félix, Detección de daño en vigas de hormigón pretensado mediante el método de curvatura de la elástica, Hormigón y Acero. 69 (2018).
- [14] R. Chacón, A. Rodriguez, P. Sierra, X. Martínez, S. Oller, On the development of IoT platforms for the detection of damage in steel railway bridges, International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures. (2019).
- [15] Y. Niitsu, T. Izuka, Development of High Performance MEMS-Base Accelerometer for Vibration Monitoring. 13th International Symposium on Advanced Sicence and Technology in Experimental Mechanics. Taiwan (2018).
- [16] DJ. Ewins, Modal testing: theory, practice and application, 2nd edn. Research Studies Press Ltd., Baldock. (2000).
- [17] L. Zhang, R. Brincker, P. Andersen, An overview of operational modal analysis: major development and issues. In: Proc 1st international operational modal analysis conference, Copenhagen. (2005).
- [18] C. Rainieri, G. Fabbrocino, Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures, Spinger. (2014).