

Análisis no lineal hasta rotura de un forjado de hormigón reforzado con fibras

Fibre reinforced concrete flat slab non-linear analysis up to failure

Alejandro Nogales Arroyo^{*,a}, Albert de la Fuente Antequera^b

^aIngeniero de Caminos, Canales y Puertos. Doctorando. Dpto. de Ingeniería Civil y Ambiental – Universidad Politécnica de Catalunya

^bDoctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Profesor agregado. Dpto. de Ingeniería Civil y Ambiental – Universidad Politécnica de Catalunya

RESUMEN

El creciente uso del Hormigón Reforzado con Fibras (HRF) y las mejoras de sus propiedades mecánicas están conduciendo a su expansión para su aplicación estructural. El uso de HRF en forjados de losa maciza, sustituyendo parcial o totalmente la armadura convencional, consiste en una solución atractiva desde el punto de vista técnico y económico si se combinan ambas adecuadamente. En este estudio se presenta un análisis paramétrico de un forjado compuesto por diversas soluciones de HRF y mixtas (combinando ambos tipos de armadura) en los que se evalúa su capacidad resistente y los coeficientes de seguridad global a considerar.

ABSTRACT

The use of fibre reinforced concrete (FRC) in the recent years has increasingly grown for structural applications due to the benefits of its mechanical properties. The use of FRC in elevated slabs, substituting totally or partially the rebar reinforcement, is an attractive idea from both technical and economical points of view if the reinforcements are combined properly. This study presents a parametrical analysis of a FRC slab cast with several HRF solutions and hybrid reinforcement (fibres + rebar) where the structural resistance and the global safety factors are assessed.

PALABRAS CLAVE: Hormigón reforzado con fibras, análisis no lineal, forjado, armado mixto, seguridad estructural

KEYWORDS: Fibre reinforced concrete, non-linear analysis, elevated slab, hybrid reinforcement, structural safety

1. Introducción

En los últimos años han sido varias las normativas y guías de hormigón estructural como por ejemplo EHE-08 [1], *fib* Model Code 2010 (MC-2010) [2], Eurocódigo-2 [3] que han incluido modelos para el diseño de elementos estructurales de hormigón reforzado con fibras (HRF) en los que se prescinde de parte o totalidad de la armadura pasiva. Estas normativas contemplan la sustitución de las

armaduras tradicionales de acero por fibra estructural, siempre que se cumplan unos requerimientos mínimos de resistencias residuales. Los códigos plantean una estrategia de seguridad basada en el método de los estados límite y recogen ecuaciones constitutivas para considerar la respuesta después de rotura del HRF válidos para el análisis seccional.

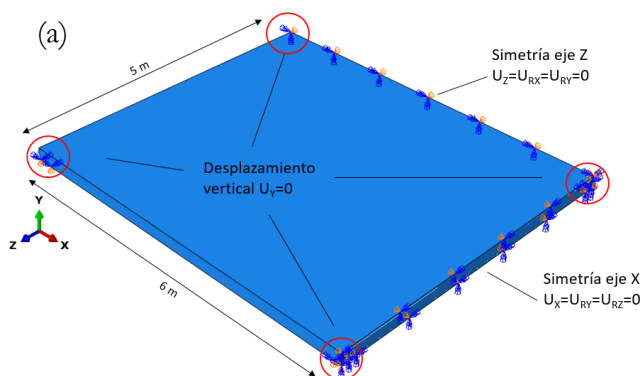
De entre las aplicaciones estructurales del HRF destaca, por su mayor reto estructural y de seguridad, los forjados de losa maciza [4] en los que se puede sustituir la totalidad del armado por

fibras de alto desempeño. El uso de HRF supone una solución atractiva para las losas ya que son elementos estructurales sometidos mayoritariamente a flexión y esto permite explotar la capacidad de post-fisuración que las fibras proporcionan al hormigón, resistiendo parte de las tracciones que aparecen y permitiendo así la reducción del armado convencional. Esta tecnología ha sido utilizada para su investigación en forjados a escala real por varios autores [5–7] e incluso en España ha sido ejecutada en algún edificio real [8].

El propósito de esta comunicación se centra en el análisis paramétrico de un forjado de HRF mediante un modelo no lineal de elementos finitos capaz de reproducir el comportamiento no lineal del material y desarrollar los mecanismos plásticos de redistribución de esfuerzos que se producen en este tipo de elementos. El modelo se calibra y contrasta con resultados experimentales recogidos en la literatura técnica relacionada con forjados de HRF ensayados hasta rotura.

El objetivo principal de esta comunicación es llevar a cabo un análisis paramétrico de un forjado de HRF (ejecutado y ensayado hasta rotura) considerando cargas de diseño y clases resistentes del HRF junto con la inclusión de armadura pasiva en zonas estratégicas de modo que se optimice la respuesta resistente. Los resultados se discutirán desde el punto de vista de capacidad y fiabilidad estructural.

2. Modelo de elementos finitos



2.1. Descripción

El software de elementos finitos ABAQUS [9] y el modelo “Concrete Damaged Plasticity” han sido utilizados para capturar el comportamiento a flexión de los forjados de HRF. La Figura 1a presenta la geometría y las condiciones de contorno de un forjado con 2x2 paños de 5.0 x 6.0 m y 0.20 m. Las condiciones de contorno conducen a poder modelizar: (1) un cuarto del forjado consecuencia de los dos planos de simetría (ejes z y x) existentes y (2) los pilares como apoyos con desplazamiento vertical bloqueado y giros libres.

Se han llevado a cabo 8 simulaciones considerando distintas configuraciones de refuerzo: (1) forjado compuesto por hormigón en masa (HM); (2) una solución convencional de hormigón armado (HA); (3) 3 soluciones de HRF con distinta respuesta mecánica y (4) 3 alternativas de HRF y armadura pasiva (mixta). La solución mixta está compuesta por una malla de $\varnothing 8$ cada 200 mm en las dos direcciones en la cara inferior del forjado y $\varnothing 12$ cada 150 mm en la cara superior en una superficie de un tercio de la luz del paño en la zona de los pilares (Figura 1b), solución pensada para ser completada con fibras, no como único refuerzo.

El modelo está compuesto de una malla de 30000 elementos de 100 mm, elementos sólidos cúbicos de ocho nodos (C3D8R) para el hormigón y elementos lineales T3D2 para el armado (Figura 1c), los cuales están embebidos en los elementos sólidos suponiendo una unión perfecta.

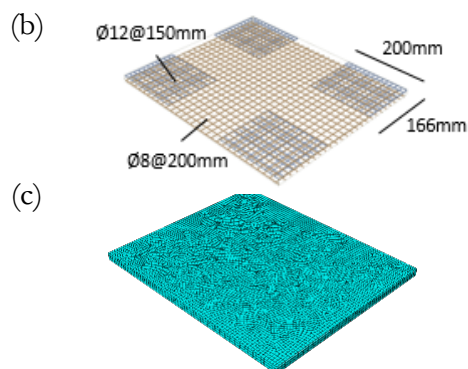


Figura 1 – Modelo de elementos finitos (a) geometría y condiciones de contorno (b) distribución armadura convencional (c) malla 3D del modelo

La simulación se ha ejecutado como un análisis cuasi-estático (Explicit, Dynamic) ya que permite un mejor registro del comportamiento post-fisuración del material.

2.2. Modelos de los materiales

Los hormigones empleados para las simulaciones tienen un valor medio de la resistencia a compresión $f_{cm}=58$ MPa, resistencia a tracción $f_{ctm}=4.07$ MPa, valor medio del módulo elástico $E_{cm}=32$ GPa. Para simular el comportamiento a tracción tanto del HM como del HRF se han considerado los modelos propuesto en el *fib* MC-2010 [2] tensión-ancho de fisura (σ - w , ver Figura 2) considerando valores medios de las resistencias residuales a flexotracción (f_{R1m} y f_{R3m}) del HRF. El comportamiento a compresión se ha reproducido según la parábola propuesta en RILEM [10]. Se ha empleado una relación f_{R3m}/f_{R1m} igual a 1, ratio que se cumple para los HRF con el tipo y cuantía de fibras habituales que se emplean para alcanzar las clases resistentes establecidas. Las cuantías de fibras para alcanzar las resistencias residuales medias del HRF [11] se muestran en la Tabla 1, donde los valores f_{Fts} y f_{Ftu} corresponden a las resistencias residuales de servicio y última respectivamente. La esbeltez, longitud/diámetro (L_f/Φ_f), de las fibras comprende valores entre 60 y 80, su límite elástico superior a 2000 N/mm² y su módulo elástico (E) es 200 GPa. Las barras de acero tienen un límite elástico $f_y=520$ MPa y una resistencia última a tracción $f_u=650$ MPa.

Tabla 1. Propiedades del HRF

Hormigón	Cuantía [kg/m ³]	$f_{R1m} = f_{R3m}$ [MPa]	f_{Fts} [MPa]	f_{Ftu} [MPa]
HRF4	25	4	1,8	1,2
HRF6	40	6	2,7	1,8
HRF8	60	8	3,6	2,4

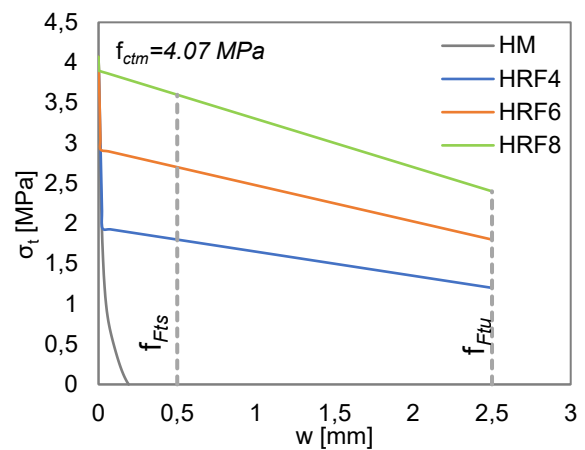


Figura 2 – Modelo constitutivo σ - w post-fisuración del hormigón

2.3. Validación del modelo

Para la validación del modelo se ha utilizado un ensayo a escala real en el marco de una campaña experimental llevada a cabo por Gossila [5]. Se trata de un forjado compuesto por 3x3 paños cuadrados de 6 m de lado y 200 mm de espesor, la losa está apoyada sobre una parrilla de 16 columnas de 300x300mm de sección. El forjado fue sometido a una carga puntual en el centro y llevado hasta rotura. Los parámetros de los materiales para el modelo han sido calculados utilizando los datos publicados por Soranakom et al. [12] que, mediante el análisis inverso determinó la ley σ - w del HRF.

La Figura 3 presenta el modelo utilizado y el gráfico carga-desplazamiento, medido en el centro del forjado, del ensayo experimental y del modelo. El modelo muestra un comportamiento muy parecido al real, la carga de fisuración (P_{cr}), en los pilares interiores, es de 200 kN y 185 kN para el ensayo experimental y numérico respectivamente. La carga máxima alcanzada por el modelo es de 466 kN y la del ensayo es de 462 kN. Los resultados presentados, junto a que la rigidez de ambas respuestas es también similar, ponen de manifiesto que el modelo es adecuado para simular este tipo de elementos y condiciones de contorno (carga, geometría y materiales).

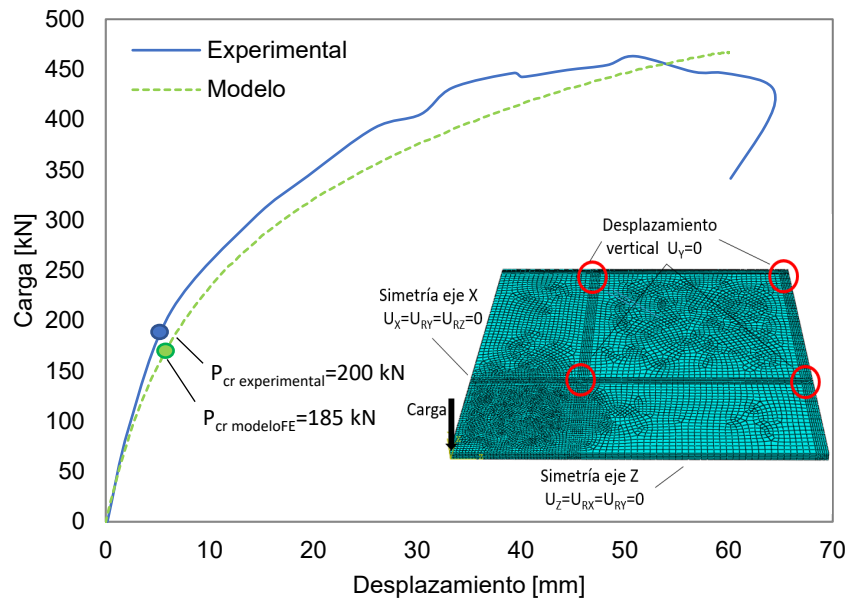


Figura 3 – Curva carga-desplazamiento experimental y numérica con condiciones de carga y contorno.

3. Caso de estudio

Las Figuras 1 y 2 recogen los datos de la geometría, condiciones de contorno y propiedades mecánicas de los hormigones del forjado analizado. Las cargas aplicadas son cargas repartidas uniformemente por toda la superficie del forjado, además de su peso propio (pp) se le debe añadir una carga permanente (cp) de 2.0 kN/m^2 y una sobrecarga (q) que llevará a la estructura hasta el colapso. Para el ensayo experimental, el forjado fue diseñado para una carga de diseño (F_d) de 14 kN/m^2 . El forjado fue ensayado hasta rotura bajo carga uniformemente repartida.

3.1. Resultados

Como criterio de fallo del forjado, se ha considerado una flecha máxima (δ_{\max}) de 60 mm y la carga asociada, sobrecarga máxima (q_{\max}). En la Figura 4a se presentan los resultados de $q - \delta_{\text{tot}}$ (flecha total debido a pp, cp y q). En este sentido, se pone de manifiesto que los forjados con soluciones mixtas alcanzan mayores cargas máximas (12.9 a 21.7 kN/m^2). Las soluciones HA y HM son las que alcanzan el fallo para una q menor con 5.0 kN/m^2 y 2.5 kN/m^2 , respectivamente. La solución HRF4 falla para una carga de 8.1 kN/m^2 un 62% más que para HA. Ante estos resultados, cabe señalar que la distribución de armado está diseñada para una solución mixta y no para que resista únicamente con esa distribución de armadura en caso de HA.

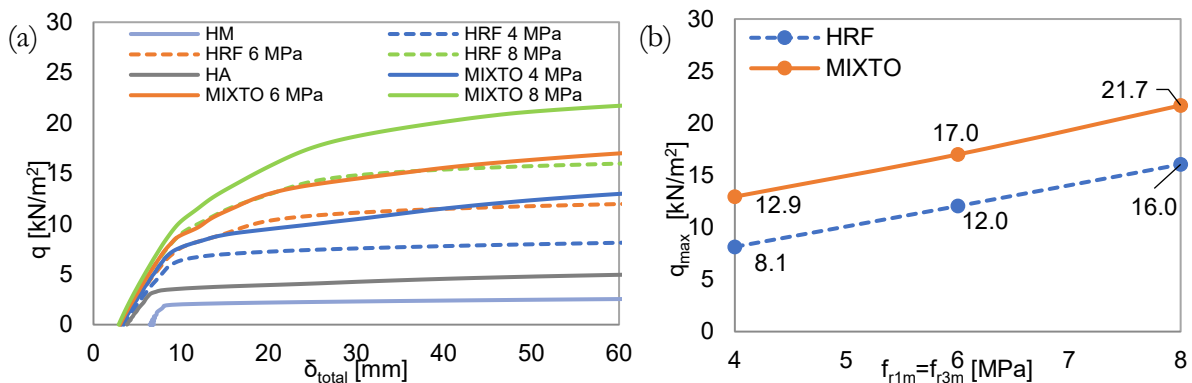


Figura 4 – Gráfico (a) Sobrecarga – flecha total (b) Sobrecarga de rotura – resistencia residual

Con la finalidad de comparar la influencia del armado mixto frente al HRF, en la Figura 4b se muestra la diferencia de carga alcanzada por las soluciones de HRF y las soluciones mixtas para los distintos valores de las resistencias residuales $f_{R1m}=f_{R3m}$ del HRF. En este sentido, la contribución de la armadura convencional es de 5.0 kN/m^2 (solución HA de la Figura 4a), incrementando q_{max} en 60, 40 y 35% cuando se incorpora HRF4, HRF6 y HRF8 en las soluciones mixtas.

En relación al Estado Límite de Servicio (ELS) se puede afirmar que, bajo la combinación cuasipermanente de acciones (5 kN/m^2) la fisuración está controlada, siendo la cabeza de los pilares y la cara superior de la losa donde aparecen las fisuras más anchas ($w_m < 0,20 \text{ mm}$), ver Figura 5. Bajo esta combinación la Figura 6 muestra la flecha en el centro del paño frente a f_{Rm} para las soluciones de HRF y mixtas, la deformación en el centro del paño en todas las soluciones es menor a 6 mm. Se puede observar que hay una reducción de la flecha cuando el armado es mixto llegando a reducir hasta un 8.6% en el caso de $f_{Rm} = 2 \text{ MPa}$ y que esta disminución de flecha se reduce a medida que se aumenta la cuantía de fibras en el hormigón (6.25% para el caso de $f_{Rm} = 8 \text{ MPa}$). Cabe señalar que estas flechas son el resultado de la respuesta del forjado a corto plazo, el modelo no ha tenido

en cuenta factores a largo plazo como la fluencia del hormigón.

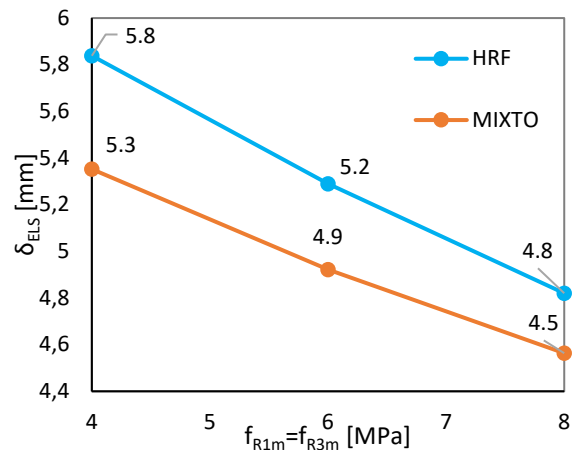


Figura 6 – Relación flecha bajo situación ELS-resistencia residual

Los forjados formados con soluciones de HRF o soluciones mixtas HRF+armadura presentan diferencias en términos de la distribución de las fisuras. En este sentido, si se analiza el patrón de fisuración que se forma en la cara inferior del forjado (parte central, debido a momentos de signo positivo), se observa que para la alternativa de HRF se genera una única fisura principal en la que se concentra el daño (Figura 7a); sin embargo, para la solución mixta, la fisuración se presenta de forma más distribuida (Figura 7b), siendo este patrón más favorable de cara a controlar y reducir el ancho de las fisuras.

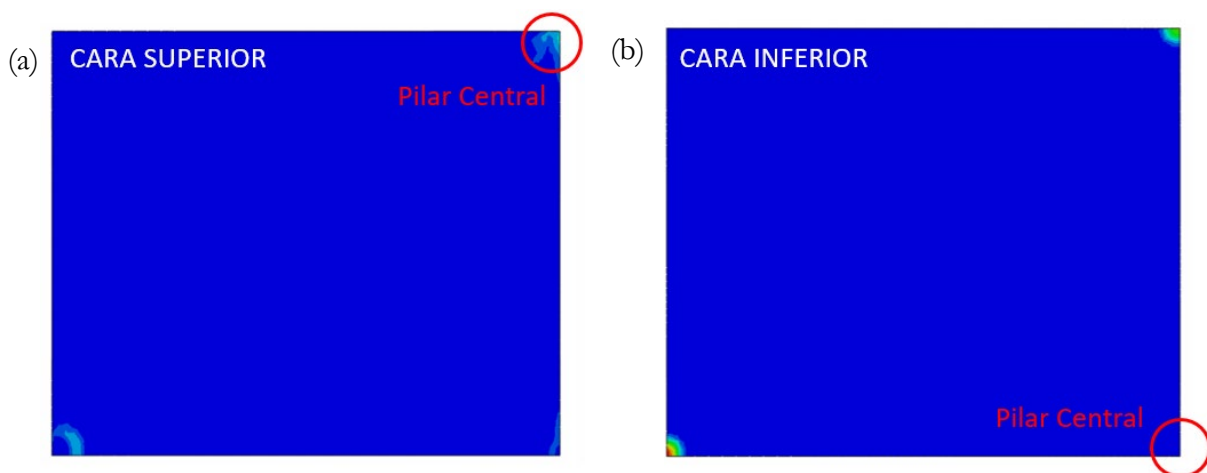


Figura 5 – Patrón de fisuras para carga ELS solución HRF4 (a) Cara superior (b) Cara inferior

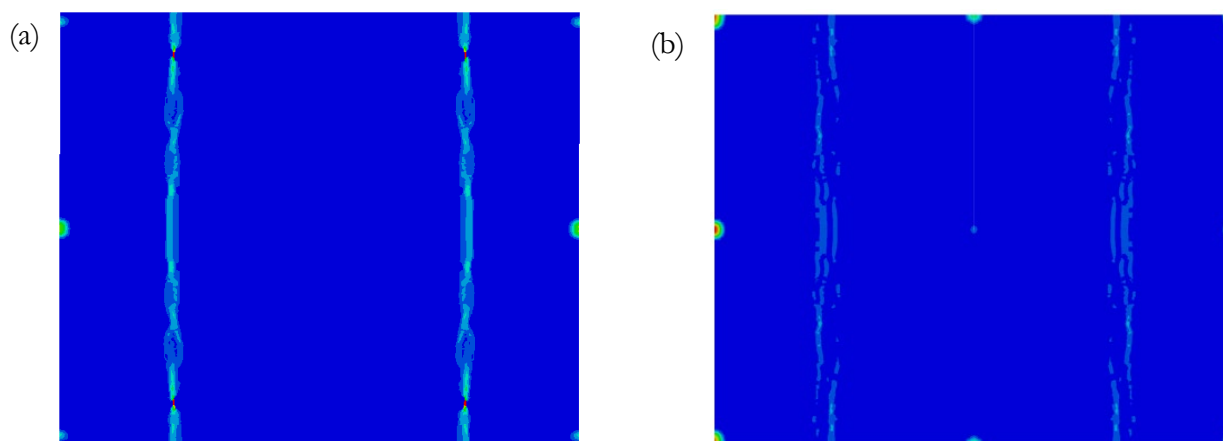


Figura 7 – Patrón de fisuras en situación de rotura en la cara inferior (a) Solución HRF (b) solución mixta

3.2. Seguridad y Resistencia de diseño de la estructura

En las últimas décadas, normativas como el Eurocódigo 2 [3] permiten la aplicación de métodos no lineales para el análisis estructural. El principal reto en el campo de este tipo de análisis es definir el factor de seguridad a aplicar tanto a la resistencia como a las cargas, pues los coeficientes parciales de seguridad recogidos en las normativas están basados en cálculo elástico de los esfuerzos. Para abordar este aspecto, el MC-2010 [2] propuso métodos para el cálculo del factor de seguridad global de la resistencia de la estructura, con los que puede considerarse la variabilidad en las propiedades mecánicas de los materiales y geométricas de la estructura. El resultado de la aplicación de estos modelos de fiabilidad estructural son coeficientes de seguridad para obtener los valores de diseño de la resistencia de la estructura, R_d (Ecuación 1); donde R_m es la resistencia media de la estructura (considerando valores medios para todas las variables mecánicas y geométricas involucradas) y γ_R es el factor de seguridad global. El coeficiente γ_R puede ser calculado según el Eurocódigo 2 [3] mediante en la Ecuación 2: V_R es el coeficiente de variación de la resistencia y α_R y β son el factor de resistencia y el nivel de

fiabilidad de la estructura respectivamente (tomados como $\alpha_R=0,8$ y $\beta=3,8$).

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R} \quad (1)$$

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R)} \quad (2)$$

El método ECOV propuesto por Cervenka [13] permite estimar V_R mediante una relación logarítmica de la ratio entre R_m y R_k (valor característico de la resistencia de la estructura):

$$V_R = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right) \quad (3)$$

La Tabla 2 contiene los valores q_{max} obtenidos numéricamente y teniendo en cuenta valores medios ($q_{max,m}$) y característicos ($q_{max,k}$) de la resistencia de los materiales, así como el V_R , γ_R y R_d . Los valores de R_m y R_k se obtienen sumando a q_{max} , las magnitudes del peso propio ($pp = 4,8 \text{ kN/m}^2$) y de la carga muerta ($cp = 2,0 \text{ kN/m}^2$) tal y como se muestra en la Figura 8.

Tabla 2 – Resistencias medias, características y de diseño de la estructura y coeficientes de variación y de seguridad.

	$q_{\max,m}$ [kN/m ²]	R_m [kN]	$q_{\max,k}$ [kN/m ²]	R_k [kN]	V_R	γ_R	R_d [kN]
HRF4	8.1	14.9	5.3	12.1	0.16	1.50	10.2
HRF6	12.0	18.8	8.5	15.3	0.13	1.50	12.8
HRF8	16.0	22.8	11.1	17.9	0.15	1.50	14.6
MIXTO4	12.9	19.7	10.4	17.2	0.08	1.30	15.3
MIXTO6	17.0	23.8	13.5	20.2	0.10	1.35	17.7
MIXTO8	21.7	28.5	16.2	23.0	0.13	1.50	19.2

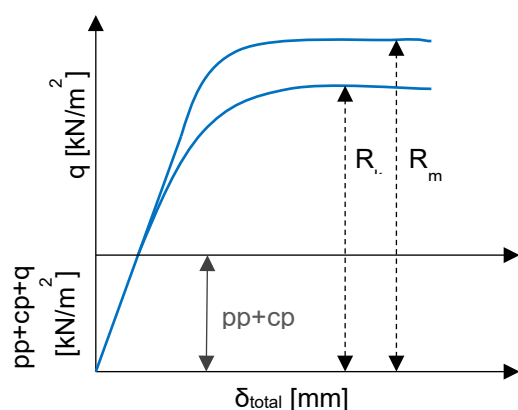


Figura 8 – Cálculo de valores de resistencias medias y características.

Los coeficientes de seguridad global recogidos en la Tabla 2 son los asociados a la resistencia del forjado frente a cargas uniformemente repartidas, siendo de 1.50 en las soluciones de HRF, y de 1.30, 1.35 y 1.50 para las soluciones mixtas ($f_{Rm} = 4, 6$ y 8 MPa, respectivamente). Es importante destacar que a medida que gana peso la contribución del HRF en la respuesta resistente, el coeficiente de seguridad global (minoración) aumenta, aspecto relacionado con la mayor variabilidad de respuesta del HRF frente a la del acero.

En este caso de estudio, la estructura estaba diseñada una carga de diseño (ya mayorada) F_d de 14 kN/m^2 , uniformemente repartida en toda la superficie, que daba lugar a una cantidad de 110 kg/m^3 de armadura pasiva. La condición de diseño en estado límite último $R_d \geq F_d$ se cumple para todas las soluciones de

armado mixto y para la solución de HRF con $f_{Rm} = 8$ MPa. Con dicha solución de HRF (60 kg/m^3) se consigue una reducción del 55% de acero. El uso de HRF supone un ahorro tanto material como de tiempo y personal de ejecución que se ve reflejado en términos económicos [14]. Es importante destacar que el forjado finalmente se ejecutó con la solución de HRF ($f_{R1m} = 7.2$ MPa y $f_{R3m} = 7.7$ MPa) y, durante el ensayo hasta rotura, se alcanzaron valores de la carga total aplicada superiores a los 15 kN/m^2 sin que se llegara a alcanzar el colapso del forjado.

4. Conclusiones

En base a los resultados obtenidos en este estudio se puede concluir lo siguiente:

- Los resultados de la validación del modelo de elementos finitos desarrollado, utilizando resultados de un ensayo experimental a escala real, permiten concluir que el modelo es adecuado para abordar este tipo de análisis, incluso atendiendo a las fuertes redistribuciones de esfuerzos y a la no linealidad del material.
- Los forjados con soluciones de armadura mixta alcanzan mayores cargas que los de HRF, del orden de un 40% más.

- En ELS, para soluciones mixtas, se aprecia una reducción de flecha del 9% respecto a HRF para clases resistentes bajas que se va reduciendo a medida que aumenta la cuantía de fibras. Los modelos de fractura también son distintos creándose una única fractura en HRF y fisuración más distribuida en solución mixta.
- Los coeficientes de seguridad son mayores en HRF que en soluciones mixtas a pesar de alcanzar menor cargas de rotura. Esto pone de manifiesto que cuanto mayor contribución de fibras en la solución mixta, mayor variabilidad y mayor coeficiente de seguridad en la respuesta estructural. Siendo, por lo tanto, las estructuras mixtas más fiables en su respuesta estructural.
- La solución experimental con HRF ($f_{R1m} = 7.2$ MPa y $f_{R3m} = 7.7$ MPa) alcanzó una carga superior a la de diseño (16 kN/m^2), habiéndose considerado previamente en el modelo numérico un HRF con $f_{R1m} = f_{R3m} = 8 \text{ N/mm}^2$; por tanto, se pone de manifiesto que la simulación numérica conduce a estimaciones de la capacidad mecánica del lado de la seguridad.

Agradecimientos

El primer autor agradece al Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidad del Gobierno de España por proporcionar apoyo a través de la Ayuda a Doctorado Industrial (DI-17-09390) en colaboración con Smart Engineering Ltd. (Spin-off de la UPC). Los autores quieren agradecer el apoyo económico del Ministerio de Economía, Industria y Competitividad a través de la ayuda RTC-2016-5263-5 asociada al proyecto eFIB (optimización de procesos constructivos y de diseño de elementos estructurales empleando

hormigones reforzados con fibras en sustitución de la armadura convencional), proyecto desarrollado conjuntamente con SACYR Ingeniería e Infraestructuras.

Referencias

- [1] EHE-08, Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08), (2008). <http://www.aigcm.es/awback/app/webroot/img/bibliotecas/ehe2008.pdf>.
- [2] CEB-FIP, Model Code 2010, 2010. <https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2>.
- [3] DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2, 2014. <https://doi.org/10.2788/35386>.
- [4] X. Destrée, J. Mandl, Steel fibre only reinforced concrete in free suspended elevated slabs: Case studies, design assisted by testing route, comparison to the latest SFRC standard documents, Tailor Made Concr. Struct. (2008) 437–443. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.04.024>.
- [5] U. Gossia, Development of SFRC Free Suspended Elevated Flat Slabs, (2005).
- [6] J. Ošlejs, New Frontiers for Steel Fiber - Reinforced Concrete - Experience from the Baltics and Scandinavia, (2008) 45–50.
- [7] L. Facconi, F. Minelli, G. Plizzari, Steel fiber reinforced self-compacting concrete thin slabs – Experimental study and verification against Model Code 2010 provisions, Eng. Struct. 122 (2016) 226–237. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.030>.
- [8] A. Maturana, Estudio teórico-experimental de la aplicabilidad del hormigón reforzado con fibras de acero a losas de forjado multidireccional MULTIDIRECCIONALES, 2013.
- [9] C. Dassault systems Simulia, Abaqus Analysis user's manual 6.12-3, (2012) 1137. http://www.maths.cam.ac.uk/computing/software/abaqus_docs/docs/v6.12/pdf_books/BENCHMARKS.pdf.
- [10] RILEM TC 162-TDF, Test and design

- methods for steel fibre reinforced concrete. Design with σ - ε method, *Mater. Struct.* 35 (2003) 262–278.
<https://doi.org/10.1617/13837>.
- [11] G. Tiberti, F. Germano, A. Mudadu, G.A. Plizzari, An overview of the flexural post-cracking behavior of steel fiber reinforced concrete, *Struct. Concr.* 19 (2018) 695–718.
<https://doi.org/10.1002/suco.201700068>.
- [12] C. Soranakom, B. Mobasher, X. Destree, Numerical simulation of FRC round panel tests and full-scale elevated slabs, *ACI Spec. Publ.* 248 (2007) 31–40.
<http://www.concrete.org/Publications/GetArticle.aspx?m=icap&pubID=19008>.
- [13] V. Cervenka, Global safety formats in fib Model Code 2010 for design of concrete structures, 11th Int. Probabilistic Work. (2013) 31–40.
- [14] A. de la Fuente, M.D.M. Casanovas-Rubio, O. Pons, J. Armengou, Sustainability of Column-Supported RC Slabs: Fiber Reinforcement as an Alternative, *J. Constr. Eng. Manag.* 145 (2019) 1–12.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CO.1943-7862.0001667](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001667).